



ARITMÉTICA

**¡Full CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN**

Jimmy García
Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
PRODO
Siempre Competitivo

Análisis Combinatorio

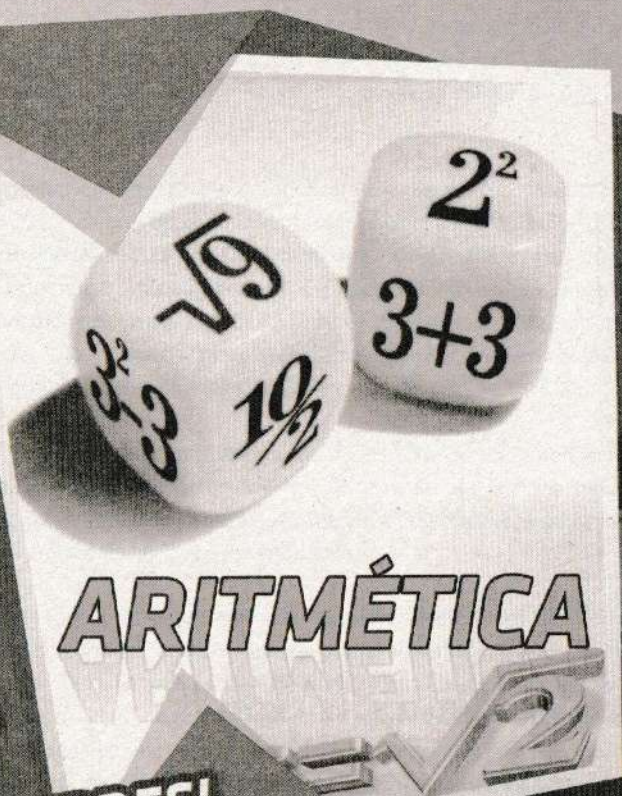




Teoría y Práctica

14

Análisis Combinatorio

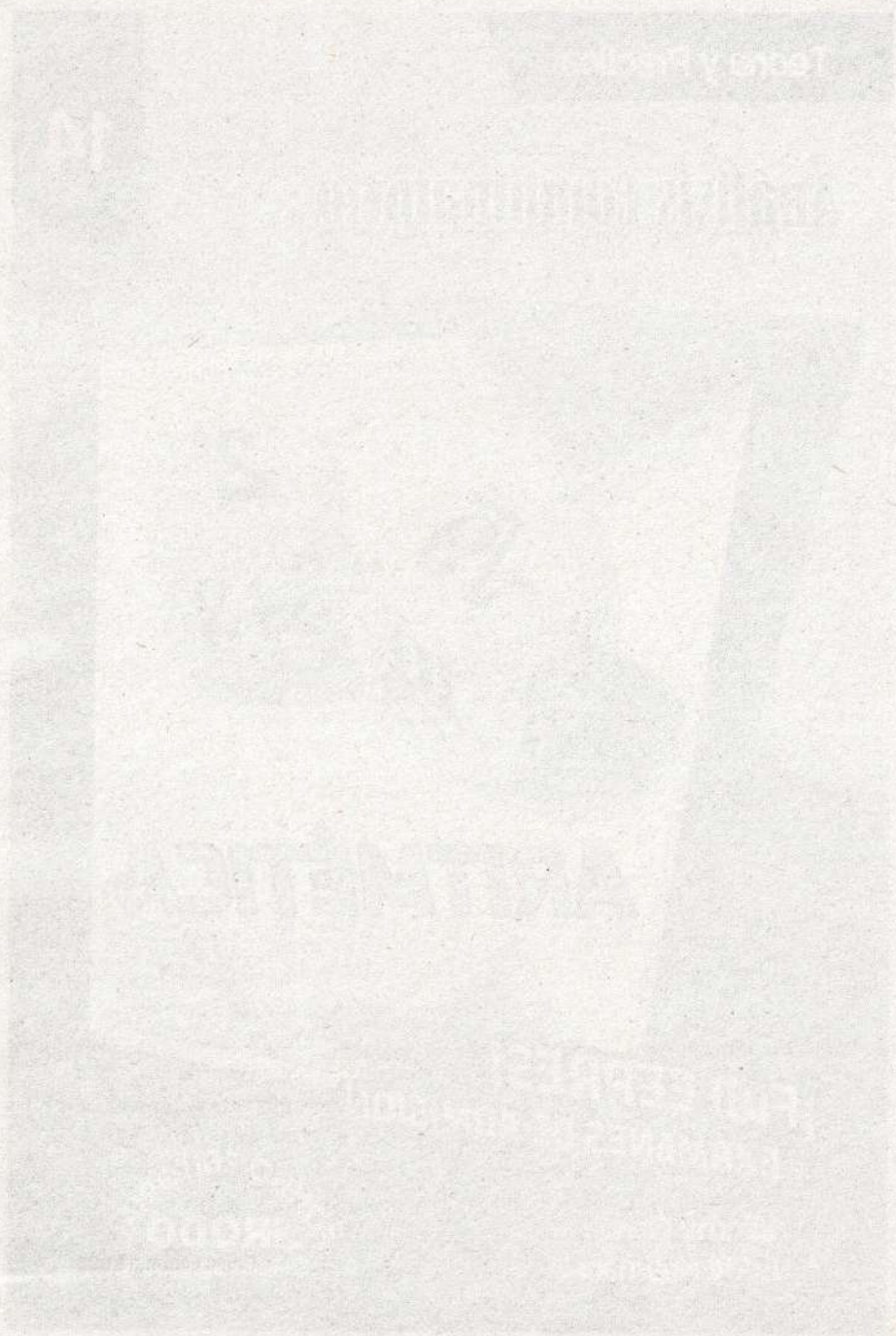


ARITMÉTICA

¡Full CEPRES!
+ EXÁMENES DE ADMISIÓN

Jimmy García
Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
ARODO
Siempre competitivo



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2016, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

ANÁLISIS COMBINATORIO



ARITMÉTICA - TEMA SELECTO 14, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Julio 2016 por FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benítez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
Nº: 2016-09381

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Claudia Gisell Llosa La Serna

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de GRAFIC PLUS S.A.C.

Jr. Chíncha N° 434 A.H. VIZONA LIMA - Lima 11

ANÁLISIS COMBINATORIO**PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO**

Sean los acontecimientos:

- Ordenar 5 estudiantes en fila.
- Elegir una pareja de un grupo de 7 varones y 13 mujeres.
- Lanzar una moneda y un dado simultáneamente.

Los acontecimientos se pueden realizar de una o varias formas y para determinar el total de formas, el análisis combinatorio hace uso de dos principios fundamentales de conteo.

1. PRINCIPIO DE ADICIÓN

Si los acontecimientos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ se pueden realizar de $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k$ maneras diferentes respectivamente, tal que no es posible realizar dos o más acontecimientos simultáneamente o uno seguido de otro, entonces hay $(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k)$ maneras diferentes de realizarse A_1 , o A_2 , o A_3 o o A_k .

Ejemplo: De un grupo de 7 niños y 13 niñas se desea elegir un delegado. ¿De cuántas maneras se podrá hacer la elección del delegado?

Resolución: Sean los acontecimientos:

A_1 : Elegir el delegado de los niños $\rightarrow 7$ formas

A_2 : Elegir el delegado de las niñas $\rightarrow 13$ formas

Por lo tanto A_1 o A_2 se realizará de:

$$7 + 13 = 20 \text{ formas}$$

2. PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Si los acontecimientos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ se pueden realizar de $m_1, m_2, m_3, \dots, m_k$ maneras diferentes respectivamente, tal que una vez ocurrido A_1 ocurre A_2 , y así sucesivamente, entonces los acontecimientos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ se realizarán de $(m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_k)$ maneras diferentes.

Ejemplos: Melisa cuenta con 7 polos distintos, 5 pantalones diferentes y 3 pares de zapatillas diferentes. De cuántos modos adecuados podrá vestirse Melisa.

Resolución: Sean los acontecimientos:

A_1 : Elegir el polo $\rightarrow 7$ maneras

A_2 : Elegir el pantalón $\rightarrow 5$ maneras

A_3 : Elegir las zapatillas $\rightarrow 3$ maneras

Por lo tanto A_1 y A_2 y A_3 se realizará de:

$$7 \times 5 \times 3 = 105 \text{ maneras}$$

Ejemplo: Para viajar de Lima a Arequipa se puede ir en bus o en avión. En bus se tienen 4 líneas con 3 salidas diarias y en avión 5 líneas con 4 salidas diarias. ¿De cuántas maneras se puede hacer este viaje?

Resolución: El viaje se puede realizar de la siguiente manera:

(BUS)	o	(AVIÓN)
$\underbrace{\hspace{2cm}}$ Escoge la línea y la salida		$\underbrace{\hspace{2cm}}$ Escoge la línea y la salida

Por lo tanto el número de formas de viajar es:

$$4 \times 3 + 5 \times 4 = 32$$

PERMUTACIÓN

Es un arreglo u ordenamiento que se pueden formar con una parte o con todos los elementos de un conjunto. En una permutación importa el orden de los elementos.

Ejemplo: Sean los objetos (A), (B) y (C) que los queremos ordenar o arreglar en fila, lo cual sería así:

- (A) (B) (C)
- (A) (C) (B)
- (B) (A) (C)
- (B) (C) (A)
- (C) (A) (B)
- (C) (A) (A)

A cada uno de estos arreglos u ordenamiento se le denomina permutación.

Dependiendo de los elementos y la forma de realizar los ordenamientos se tiene:

1. PERMUTACIÓN LINEAL

Cuando los ordenamientos son realizados en fila.

Ejemplo 1: De cuántos modos es posible ordenar a 4 estudiantes en una carpeta de 4 asientos.

Resolución: Sean los acontecimientos:

A_1 : Ocupar el 1^{er} asiento $\rightarrow$ 4 formas

A_2 : Ocupar el 2^{do} asiento $\rightarrow$ 3 formas

A_3 : Ocupar el 3^{er} asiento $\rightarrow$ 2 formas

A_4 : Ocupar el 4^{to} asiento $\rightarrow$ 1 forma

Por lo tanto A_1 y A_2 y A_3 y A_4 se realizará de:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ formas}$$



OBSERVACIÓN

Con frecuencia el producto de ciertos enteros positivos consecutivos interviene en los problemas de conteo. Para esto definimos: para un entero $n > 0$ el factorial de n , que se denomina $n!$ es el producto de todos los enteros desde 1 hasta n .

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 2 \times 1$$

Convencionalmente:

$$0! = 1$$

! IMPORTANTE !

$$n! = n \times (n-1)!$$

$$13! = 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$13! = 13(12!) = 13 \times 12 (11!)$$

Ejemplo 2: Un comerciante tiene 8 jugadores distintos, de cuántas maneras puede exhibir 3 de estos juguetes.

Resolución: Sean los acontecimientos:

A_1 : Escoge el 1^{er} juguete $\rightarrow$ 8 maneras

A_2 : Escoge el 2^{do} juguete $\rightarrow$ 7 maneras

A_3 : Escoger el 3^{er} juguete $\rightarrow$ 6 maneras

Por lo tanto A_1 y A_2 y A_3 se realizará de:

En general, si tuviéramos n elementos y los ordenamos de r en r :
 r lugares

1	2	3		$r-1$	r
---	---	---	-------	-------	-----

$$\# \text{ de ordenamientos} = n \times (n-1) \times (n-2) \dots (n-r+2) \times (n-r+1) \dots (\alpha)$$

Completando el producto de los números consecutivos:

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+2)(n-r+1)(n-r)(n-r-1)\dots 2 \times 1}{(n-r)(n-r-1)\dots 2 \times 3}$$

$$\underbrace{\text{Número de ordenamientos de los } r \text{ elementos}} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

El número de permutaciones
de los n elementos tomados
de r en r

Simbólicamente:

$$P_r^n = P_{(n-r)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Donde:

$$1 \leq r \leq n$$

En el caso de $r = n$, es decir se toman todos los elementos:

$$P_n^n = P_{(n;n)} = P_{(n)} = n!$$

Usualmente utilizamos la expresión (a)

Ejemplo 3: De cuántas maneras se puede elegir una comisión de un presidente, secretario y tesorero; si hay 13 candidatos.

Resolución: Elegimos al presidente: 13 formas

Elegimos al secretario: 12 formas

Elegimos al tesorero: 11 formas

Por lo tanto el número de formas de elegir la comisión es:

$$13 \times 12 \times 11 = 1716$$

2. PERMUTACIÓN CIRCULAR

Es un ordenamiento o arreglo de los elementos alrededor de un punto de referencia (formando una línea cerrada).

Dados n elementos, éstos se pueden ordenar circularmente y el total de ordenamiento se calcula así:

$$P_{c(n)} = (n-1)!$$

Ejemplo 1: Con 6 niños, cuántas rondas se podrán formar:

Resolución: #de rondas $= P_{c(6)} = (6-1)! = 5! = 120$

Ejemplo 2: Con 8 perlas de colores distintos, ¿cuántas pulseras se podrían confeccionar?

Resolución: $\frac{\# \text{ de pulseras}}{2} = \frac{P_{c(s)}}{2} = \frac{7!}{2} = 2520$

OBSERVACIÓN

Vista de frente

Vista de frente

En el caso de las pulseras estos ordenamientos son iguales.

3. PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

Es un ordenamiento o arreglo de los elementos, en los cuales algunos son de una misma repetición, es decir, tienen características propias).

Si se disponen de “n” elementos en los cuales hay:

- n_1 : de una 1^{ra} clase
- n_2 : de una 2^{da} clase
- n_3 : de una 3^{ra} clase
- $\vdots$
- n_k : de una k-ésima clase

Donde:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \leq n$$

El número de permutaciones en fila que se pueden hacer con estos elementos se denota y calcula así:

$$P_{(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k)}^n = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3! \times \dots \times n_k!}$$

Ejemplo 1: Cuántos “anagramas” se pueden formar con las letras

Resolución: Anagrama: palabra con o sin sentido

Son 7 letras donde:

Hay 3 letras A

Hay 2 letras R

Hay 2 letras T

$$\# \text{ de anagramas} = P_{(3,2,2)}^7 = \frac{7!}{3!2!2!} = 210$$

Ejemplo 2: Se tienen 9 gaseosas, 5 de Inka Kola, 3 de Coca Cola y 1 de Pepsi Cola. De cuántos modos se puede ordenar en fila de acuerdo a la marca.

Resolución: Se tienen 9 gaseosas:

5 de Inka Kola

3 de Coca Cola

1 de Pepsi Cola

Por lo tanto el número de formas de ordenar es;

$$P_{(5,3,1)}^9 = \frac{9!}{5!3!1!} = 504$$

COMBINACIONES

Son los diferentes subconjuntos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos de un conjunto. También se afirma que se agrupan sin importar el orden de los elementos.

Si se disponen de "n" elementos diferentes y se quieren formar subconjuntos de r elementos, el número de subconjuntos (combinaciones) se denota y calcula así:

$$P_r^n = P_{(n-r)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Donde:

$$0 \leq r \leq n$$

Ejemplo 1: Con 15 estudiantes, cuántos equipos de fútbol (6 integrantes) se podrán formar.

Resolución: Queremos escoger 6 jugadores de 15 disponibles.

∴ El número de equipos a formar es:

$$C_6^{15} = \frac{15!}{6!(15-6)!} = 5005$$

Ejemplo 2: ¿Cuántas comisiones de 4 personas se podrán conformar, de un grupo de 13 personas?

Resolución: Queremos formar comisiones de 4 integrantes de un total de 13 personas.

∴ El número de comisiones es:

$$C_4^{13} = \frac{13!}{4!(13-4)!} = 715$$

PROPIEDADES

$$1. C_0^n = C_n^n = 1$$

$$2. C_k^n = C_{n-k}^n$$

$$C_8^{10} = C_2^{10} \text{ porque } 10 - 8 = 2$$

$$3. C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$C_0^4 + C_1^4 + C_2^4 + C_3^4 + C_4^4 = 2^4 = 16$$

$$4. C_{k-1}^n + C_k^n = C_{k+1}^n$$

$$5. C_k^n = \frac{n-k+1}{k} \cdot C_{k-1}^n$$

$$6. \sum_{k=0}^r C_k^m C_{t-k}^n = C_t^{n+m}$$

COMBINACIONES CON ELEMENTOS REPETIDOS

En general lo que se realiza es el cálculo de número de soluciones enteras no negativas de ecuación:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = p$$

Donde se tendrá "p" puntos y "n-1" signos de adición, luego:

$$\left[\begin{array}{l} \text{N}^\circ \text{ de combinaciones} \\ \text{de "p" objetos} \\ \text{distintos ó no de "n"} \\ \text{objetos distintos} \end{array} \right] = CR_p^n = \frac{(p+n-1)!}{p(n-1)!} = C_p^{n+p-1}$$

Ejemplo :

¿Cuántas soluciones enteras no negativas tiene la ecuación?

$$a + b + c + d = 7?$$

Resolución:

$$CR_7^4 = C_7^{10} = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un centro comercial tiene 4 tiendas en el 1er piso, 3 tiendas en el 2do. piso y 5 tiendas en el 3er piso. Si se desea visitar una tienda:
 - a) ¿De cuántas maneras diferentes se puede visitar una tienda en cada piso?
 - b) ¿De cuántas maneras diferentes se puede visitar una tienda; ya sea en el 1ero, 2do o 3er piso?

A) 60 y 18 B) 60 y 12 C) 50 y 12
D) 32 y 18 E) 32 y 12
2. Para ir del local de Wilson al de San Felipe se tiene 4 líneas de combi, 6 líneas de coaster y 5 líneas de microbús. ¿De cuántas formas distintas se puede realizar dicho recorrido en alguna de estas líneas?

A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18
3. Eva María tiene 2 pares de zapatos diferentes, 3 pantalones diferentes y 4 blusas también diferentes. ¿Cuántos días como mínimo deberá repetir su forma de vestir durante el mes de noviembre?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8
4. Si Maribel tiene 5 faldas que combinan con 3 blusas y también 9 pantalones que hacen juego con 6 polos diferentes. ¿De cuántas maneras distintas podrá vestirse?

A) 50 B) 62 C) 65
D) 69 E) 72
5. ¿De cuántas formas posibles se puede ordenar cinco bolas azules, dos bolas blancas y tres bolas celestes, si las bolas del mismo color no se distinguen entre sí?

A) 2464 B) 2472 C) 2476
D) 2480 E) 2520
6. Una familia compuesta por 2 padres y 3 hijos, se tomaron una fotografía. Si los padres deben estar juntos y todos ordenados en fila. ¿De cuántas maneras se pueden tomar la fotografía?

A) 12 B) 24 C) 36
D) 48 E) 50
7. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse 9 personas alrededor de una mesa elipsoidal, si dos personas determinadas deben estar una al lado de la otra?

A) 8 018 B) 9 018 C) 10 080
D) 11 080 E) 12 080

8. Andrés quiere comprar diez libros diferentes, pero sólo se puede costear cuatro. ¿De cuántas formas puede hacer su selección?

A) 35 B) 40 C) 64
D) 200 E) 210

9. Con 9 soldados se desea formar guardias de la siguiente manera: El primer turno 4 soldados; el segundo turno 3 soldados y el tercer turno 2 soldados, de tal manera que un soldado solo puede hacer guardia en un turno. ¿Cuántas guardias diferentes se pueden formar?

A) 315 B) 450 C) 630
D) 1 260 E) 2 520

10. En un plano hay 20 puntos, de tal manera que no hay tres colineales, sean:

a = número de rectas que se pueden trazar uniendo parejas de puntos.

b = Número de triángulos que se pueden trazar uniendo triplas de puntos.

Hallar $|a - b|$

A) 1 000 B) 1 200 C) 1 100
D) 1 050 E) 950

11. En un plano

$$T = \frac{4(n!)}{(n-2)!} + \frac{3[(n+1)!]}{n!} - 4n^2 - 3$$

A) n^2 B) $-n$ C) n
D) $2n$ E) $n!$

12. Si $\binom{n}{5} = 8 \binom{n}{4}$ y $\binom{n+m}{4} = \binom{n+m}{n-m}$,

hallar el mayor valor de $(m + n)$.

A) 84 B) 46 C) 76
D) 64 E) 54

13. Si $P_r^n = 3024$ y $C_r^n = 126$, hallar r

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

14. En una maratón participan 40 personas. Si no hay empate, ¿de cuántas maneras diferentes podrán ser ocupados los tres primeros puestos?

A) 43250 B) 72500 C) 59280
D) 69320 E) 43920

15. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar en una fila de 8 asientos, 4 varones y 4 mujeres, de forma alternada?

A) 504 B) 648 C) 720
D) 1152 E) 1200

16. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar en fila 2 fichas negras, 3 verdes y 4 azules, si una bola azul y una verde se ubican en los extremos?
- A) 210 B) 240 C) 350
D) 420 E) 560
17. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ubicarse alrededor de una mesa circular 4 varones, 5 mujeres y 3 niños, si los niños siempre deben estar juntos?
- A) 121 B) 54(8!) C) 10!
D) 60(7!) E) 50(7!)
18. De un grupo de profesores conformado por 5 matemáticos y 3 literatos se desea formar un comité de 4 miembros. ¿De cuántas maneras diferentes, puede formarse el comité que incluya al menos 1 literato?
- A) 55 B) 72 C) 65
D) 62 E) 50
19. En una aula de Pre San Marcos se tiene 12 candidatos para formar una comisión. ¿De cuántas maneras se puede seleccionar 5 de ellos de manera que:
- a) Un candidato determinado se incluya siempre.
b) Un candidato determinado se excluya siempre.
- A) 330 y 460 B) 430 y 562
C) 360 y 462
D) 320 y 462 E) 330 y 462
20. Pablo, Luis, Ana, Verónica y Julio forman una fila para entrar al cine. Si Ana debe entrar antes que Verónica, ¿de cuántas maneras diferentes pueden formar la fila los cinco?
- A) 48 B) 36 C) 30
D) 54 E) 60
21. ¿Cuántos números diferentes de 5 cifras existen de manera que el producto de sus cifras sea igual a 12?
- A) 80 B) 90 C) 70
D) 60 E) 82
22. Cuatro parejas de esposos se sientan alrededor de una mesa circular de 8 sillas, ¿de cuántas formas diferentes se podrán ubicar, si las parejas no deben separarse?
- A) 96 B) 100 C) 85
D) 90 E) 105
23. Un grupo de amigos formado por 3 mujeres y 5 varones ingresan a un restaurante y la única mesa vacía es circular y con 6 asientos. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar simétricamente, si 2 varones quedan de pie?
- A) 3620 B) 3600 C) 3500
D) 1200 E) 3680

24. Una clínica tiene 25 empleados profesionales, 4 de ellos son cirujanos. ¿De cuántas maneras pueden formarse grupos de 3 profesionales donde por lo menos uno de ellos sea cirujano?

A) 840 B) 960 C) 966
D) 970 E) 1 330

25. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar en una fila de 9 asientos 4 hombres, 3 mujeres y 2 niños, si las tres mujeres no pueden sentarse juntas?

A) $66(7!)$ B) $8!$ C) $9!$
D) $5(7!)$ E) $13(8!)$

26. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con todas las letras de la palabra ACCACCIA?

A) 140 B) 280 C) 360
D) 560 E) 720

27. Se tiene una moneda cuyas caras están marcadas con los números 2 y 5. Si la moneda es lanzada 7 veces, ¿de cuántas maneras diferentes se obtendrá como suma 29?

A) 12 B) 60 C) 30
D) 21 E) 65

28. Tres personas no necesariamente amigas llegan a un boulevard a divertirse. Si en el boulevard existen 4

discotecas, ¿de cuántas maneras podrán ingresar estas personas a dichas discotecas?

A) 12 B) 20 C) 48
D) 64 E) 81

29. En un campeonato de fútbol se juegan en total 524 partidos y se jugó en 2 etapas; en la primera todos contra todos y en la segunda los 8 mejores. ¿Cuántos equipos participaron?

A) 12 B) 24 C) 30
D) 32 E) 36

30. Si se tiene en una juguería 10 clases diferentes de frutas. ¿De cuántas maneras se puede pedir algo para tomar si se quiere que intervenga al menos 2 frutas?

A) 20 B) 100 C) 450
D) 1 013 E) 1 024

31. Simplificar:

$$Q = \frac{a^{a+1}(a-1)!(a+1)!}{a!a!(a-1)!a(a!)}$$

A) a B) $a!$ C) a^{-1}
D) $(a-1)$ E) $(a-1)!$

32. Si $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 23 \times 23! = (n!) - 1$, hallar el valor de $n! + 3n$.

A) 15 B) 135 C) 60
D) 40 E) 36

33. Sea $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, si:

$$\sum_{k=3}^n \left[C_{k-3}^{n-3} + C_{k-2}^{n-3} + C_{k-1}^{n-2} \right] = 26, \text{ hallar}$$

el valor de $n^2 - 1$.

- A) 80 B) 63 C) 48
D) 35 E) 24

34. Hallar el valor de:

$$S = C_0^{20} + 2C_1^{20} + 3C_2^{20} + \dots + 21C_{20}^{20}$$

- A) 9×20^{20} B) 11×2^{20} C) 13×2^{20}
D) 15×2^{20} E) 17×2^2

35. Si: $C_0^n + C_2^n + C_4^n + \dots + C_n^n = 512$

donde n es un número entero par;
hallar el valor de $n^2 + 2n$.

- A) 48 B) 63 C) 80
D) 99 E) 120

36. Determine el valor de x , en la siguiente igualdad:

$$\frac{C_{x+1}^{2x} + C_{x-1}^{2x}}{C_{x+2}^{2x} + C_{x-2}^{2x}} = \frac{19}{16}$$

- A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

37. Si la suma:

$$\binom{m}{0} + \binom{m}{1} + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \binom{m}{2} + \binom{m}{3} + \dots + \binom{m}{m-1} + \binom{m}{m}$$

es igual a 1022. Determine el valor de m .

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 84

38. Sabiendo que se cumple:

$$\frac{nC_1^n}{C_0^n} + \frac{2(n-1)C_2^n}{C_1^n} + \frac{3(n-2)C_3^n}{C_2^n} + \dots$$

$$.. + \frac{nC_n^n}{C_{n-1}^n} = 385$$

Halle el valor de n

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

39. La selección peruana de voleibol femenino está conformada por 18 deportistas. Si 3 de ellas se niegan a jugar al mismo tiempo en el equipo, ¿de cuántas maneras diferentes se puede conformar un equipo de 6 jugadoras?

- A) $5C_8^{19}$ B) $14C_5^{15}$ C) $13C_5^{15}$
D) $\frac{5}{3}C_5^{15}$ E) $\frac{14}{3}C_5^{15}$

40. ¿Cuántos números distintos de cinco cifras cada uno, sin que ninguno se repita, se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 de tal manera que todos empiecen con 2 y acaben en 1?

- A) 130 B) 180 C) 80
D) 170 E) 60

41. Con cinco banderas de diferentes colores se debe mandar un mensaje de un barco a otro.
¿Cuántos mensajes se puede mandar, si no es obligatorio usar todas las banderas?
- A) 315 B) 350 C) 345
D) 325 E) 340
42. En un grupo hay 30 mujeres y 25 hombres, ¿de cuántas maneras se pueden elegir presidente, vicepresidente, tesorero y secretario, si la tesorería debe estar ocupada por una mujer, el secretario debe ser hombre y una persona no puede ocupar más de un puesto?
(Dar como respuesta la suma de las cifras del resultado).
- A) 15 B) 18 C) 21
D) 24 E) 27
43. Tres amigas y tres amigos van al cine y encuentran solo 3 asientos vacíos juntos en una misma fila. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar si se quiere que por lo menos estén sentados un hombre y una mujer?
- A) 120 B) 108 C) 154
D) 216 E) 432
44. José tiene 11 amigos, ¿de cuántas maneras diferentes puede invitar a 5 de ellos a una fiesta, si dos de ellos no se llevan bien y no asisten juntos?
- A) 210 B) 360 C) 400
D) 378 E) 462
45. Marco tiene 2 hijos, 6 sobrinos y 6 sobrinas. Si desea salir a pasear con uno de sus hijos, con tres sobrinas y por lo menos un sobrino, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacerlo?
- A) 5130 B) 4230 C) 3160
D) 1560 E) 2520
46. Alrededor de una mesa circular de 8 asientos se ubican 3 amigos y dos parejas de esposos. Si el asiento vacío queda entre dos de los amigos y los miembros de cada pareja de esposos siempre deben estar juntos, ¿de cuántas formas diferentes se podrán sentar?
- A) 64 B) 48 C) 144
D) 72 E) 208
47. Un examen contiene 10 problemas, con 4 posibles respuestas para cada uno. Si un estudiante responde todos los problemas al azar, ¿de cuántas maneras puede contestar, fallando a lo más en una pregunta?
- A) 35 B) 31 C) 41
D) 25 E) 28
48. Luis y Ana van al cine acompañados de Carlos y Eva. Si cada persona comprará su entrada y para ello deben formar una fila integrada por

un total de 8 personas, ¿de cuántas maneras diferentes, la primera pareja estará siempre junto y detrás de la segunda, en la fila?

- A) 480 B) 520 C) 625
D) 550 E) 425

49. Hallar el número de ordenamientos diferentes que se pueden realizar con las letras de la palabra YOSIPUEDO, si las vocales deben permanecer juntas.

- A) 7200 B) 7100 C) 7000
D) 7120 E) 7300

50. Seis amigos alquilan un bote que tiene 4 remos por lado. Abel y Betó reman a un mismo lado. César, David y Edgar reman en el otro lado. Si Flavio rema en cualquier lado, ¿de cuántas maneras diferentes podrían remar todos ellos?

- A) 864 B) 1728 C) 2851
D) 357 E) 596

51. Un tablero está constituido por 16 casilleros distribuidos en 4 columnas y 4 filas. Se desea colocar 4 monedas de igual valor en el tablero de modo que haya una sola moneda por fila o por columna. ¿De cuántas maneras se puede distribuir las monedas?

- A) 64 B) 256 C) 576
D) 625 E) 900

52. Un ladrón quiere abrir una caja fuerte cuya clave consta de cuatro dígitos no necesariamente diferentes. Solamente sabe que los dígitos posibles son: 1; 3; 5 y 7. ¿Cuál es el número máximo de combinaciones erradas que podría intentar?

- A) 23 B) 110 C) 255
D) 256 E) 279

53. Se lanza 7 canicas en 4 cajas numeradas colocadas en fila, de modo que cada canica tenga que caer en una caja y todas tengan la misma posibilidad de caer en cualquiera de las 4 cajas.

- a) ¿De cuántas maneras diferentes puede ocurrir este experimento aleatorio?
b) ¿De cuántas maneras diferentes pueden caer en la primera caja precisamente 2 canicas?

- A) 4^7 y $3 \cdot 5^3$ B) 7^4 y $4 \cdot 3^6$
C) 4^7 y $7 \cdot 5^3$
D) 7^5 y $7 \cdot 3^6$ E) 4^7 y $7 \cdot 3^6$

54. Para elaborar un examen de 7 preguntas se dispone de un banco de 5 preguntas fáciles, 4 difíciles y 3 regulares. Si el número de preguntas fáciles debe ser mayor que el de regulares y el número de estos a su vez mayor o igual que las difíciles, ¿de cuántas formas diferentes pueden

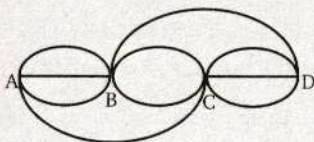
elaborarse dicho examen?

- A) 260 B) 264 C) 270
D) 274 E) 280

55. Calcule cuántos números del sistema nonario con cinco cifras existen cuyo producto sea cero o par.

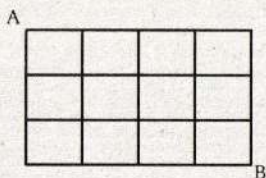
- A) 51464 B) 45660 C) 46868
D) 51702 E) 51908

56. ¿De cuántas maneras diferentes podrá viajar una persona de A a D sin retroceder?



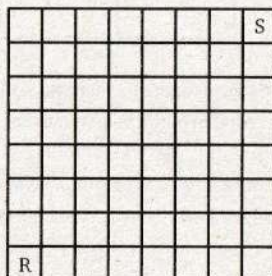
- A) 20 B) 18 C) 24
D) 21 E) 23

57. De cuántas maneras diferentes se puede viajar de "A" a "B" con la condición que no se pueda retroceder.



- A) 30 B) 35 C) 40
D) 36 E) 32

58. En un tablero de ajedrez de 8×8 casillas, un rey se encuentra en la casilla R. El rey se mueve una casilla a la vez horizontalmente, verticalmente o en diagonal



¿De cuántas formas puede un rey ir de la casilla S en exactamente 8 movimientos?

- A) 49 B) 52 C) 56
D) 60 E) 64

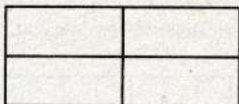
59. En una tienda venden polos rojos, azules y verdes. Si quiero comprar 6 polos, ¿de cuántas formas puedo hacer la compra?

- A) 6 B) 12 C) 14
D) 28 E) 56

60. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden distribuir 9 monedas iguales en 5 cajas distintas, si en cada caja se pueden guardar una o más monedas?

- A) 735 B) 780 C) 710
D) 715 E) 700

61. Un profesor pide a sus alumnos que pinten los 4 cuadritos usando plumones verde o amarillo.



¿De cuántas maneras diferentes pueden pintarse los cuadritos?

- A) 8 B) 15 C) 16
D) 32 E) 256

62. Un testigo de un robo a un banco, dijo que el número de placa del automóvil de los ladrones era una expresión de la forma AB - - - 2. No recordaba los caracteres faltantes, pero estaba totalmente seguro que estos eran diferentes entre si y diferentes de los caracteres anteriores. ¿Cuántas placas de automóvil tendría que investigar la policía? (Dar como respuesta la suma de las cifras del resultado)

Nota: En el país las placas son de 6 caracteres, los 3 primeros son dentro del alfabeto (de 26 letras) y los tres últimos dígitos

- A) 12 B) 15 C) 18
D) 21 E) 24

63. Un tanque debe salir a una batalla llevando un conductor, un artillero de cañon y un ayudante de carga de munición para el cañon. De los 9

soldados disponibles 5 saben conducir, de los cuales solo dos también son artilleros; los otros 4 son artilleros, si cualquiera puede ser el ayudante. ¿De cuántas maneras se puede elegir la tripulación del tanque?

- A) 140 B) 164 C) 186
D) 196 E) 210

64. ¿Cuántos números diferentes de ocho cifras, pueden formarse con los dígitos 2, 3, 4, 5, 3, 4, 5, 4? (Dar como respuesta la suma de las cifras del resultado)

- A) 8 B) 12 C) 15
D) 18 E) 20

65. En un estante hay 5 libros de álgebra iguales, 3 de aritmética iguales y 2 libros de historia diferentes. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar dichos libros si los libros de matemática no deben estar en los extremos?

- A) 112 B) 145 C) 296
D) 136 E) 272

66. Cuatro parejas de enamorados se acomodan en asientos equidistantes alrededor de una mesa circular. ¿De cuántas maneras podrán sentarse, si uno de los amigos en particular decide sentarse lo más lejos de su enamorada?

- A) 120 B) 240 C) 720
D) 1040 E) 5040

67. El número de maneras posibles en que se pueden sentar n personas alrededor de una mesa circular en una reunión, donde hay tres personas que pertenecen al comité directivo que siempre se sientan juntos, es 720. Si dos se retiran de los cuales uno es del comité directivo; ¿de cuántas formas se pueden ubicar, si los del comité permanecen juntos?

A) 42 B) 45 C) 46
D) 48 E) 54

68. Seis amigos; tres hombres y tres mujeres, van al cine y encuentran seis asientos libres en la primera fila. Si a es el número de maneras en que se pueden sentar los tres hombres juntos y las tres mujeres juntas y b es el número de maneras en que se pueden sentar de modo que se alterne hombre y mujer en asientos vecinos. Halle a/b .

A) 1 B) $1/2$ C) $1/3$
D) 2 E) $2/3$

69. En una urna hay 9 fichas numeradas del 1 al 9. Si de ésta urna se extraen tres fichas a la vez, de todas las sumas posibles que se puedan obtener de la extracción ¿cuántas tendrán un valor no menor de 9?

A) 78 B) 79 C) 80
D) 81 E) 82

70. ¿De cuántas maneras diferentes se puede elegir cinco cartas de una baraja, de tal forma que tres sean del mismo palo y las restantes también sean del mismo palo, pero diferente a la terna anterior?

A) $6C_3^{13}$ B) $13C_3^{13}$ C) $78C_4^{13}$
D) $936C_2^{13}$ E) $6C_3^{13}$

71. ¿De cuántas formas se pueden distribuir $3n$ objetos diferentes entre tres personas, de forma que cada uno obtenga n objetos?

A) C_n^{3n} B) C_n^{2n} C) $\frac{3}{(n!)^2}$
D) $\frac{3n!}{(n!)^3}$ E) $\frac{2n!}{(3n!)^2}$

72. Dado un cuadrado, en uno de cuyos lados se debe construir un triángulo equilátero, en el otro, un triángulo rectángulo; en el tercer lado, un triángulo obtusángulo y en el cuarto un rectángulo; en el interior del cuadrado, en uno de sus lados una semicircunferencia. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá dibujar dicha figura?

A) 6 B) 20 C) 24
D) 120 E) 30

73. En un almacén hay 100 bolos diferentes regados en el piso, también se ha encontrado 5 cajas grandes numeradas del 1 al 5. ¿De cuántas maneras puede guardar los bolos, si

quiero que la caja 1 tenga solo 3 bolos y la caja 2 tenga solo 4 bolos?

- A) 25 200 B) 120 100 C) 13 400
D) 310 000 E) 115 100

74. Si x_1, x_2 y $x_3 \in \mathbb{Z}^+$, entonces el número de soluciones que tiene la siguiente ecuación $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ es:

- A) 8 B) 16 C) 22
D) 24 E) 28

75. Calcular S, si n es impar

$$S = C_0^n + nC_1^n + C_2^n + C_3^n + C_4^n + nC_n^n$$

- A) 2^{n+1} B) $n \cdot 2^{n-1}$ C) $(n+1) \cdot 2^n$
D) $(n+1) \cdot 2^{n-1}$ E) $2^n + 2$

76. Si se cumple la igualdad:

$$\frac{C_0^n + 3C_1^n + 5C_2^n + 7C_3^n + \dots + (2n+1)C_n^n}{C_1^n + 2C_2^n + 3C_3^n + \dots + nC_n^n} = \frac{32}{15}$$

Hallar n

- A) 15 B) 31 C) 33
D) 34 E) 37

77. Hallar m + n si se cumple:

$$C_2^m + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2} = C_{14}^{20} - m$$

- A) 21 B) 20 C) 25
D) 22 E) 23

78. Si $3 \binom{11}{8} + \frac{12}{5} \binom{11}{4} = \binom{n-5}{k-2}$

La suma de los valores mínimos y máximos de nk es:

- A) 256 B) 276 C) 296
D) 306 E) 316

79. Si $m + n < 20$, calcular $m - n$ en:

$$C_5^m + 2C_6^m + C_7^m + C_8^{m+2} = C_{n-3}^{2n}$$

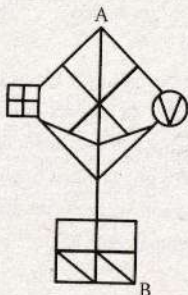
- A) 2 B) 5 C) 8
D) 9 E) 11

80. ¿Cuántas soluciones hay para "x"?

$$\left[7 \binom{x}{2} \right]^{(x)} = 14^{112}$$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

81. De cuántas maneras distintas se puede llegar al punto B partiendo de A, si siempre se debe ir hacia abajo.



- A) 261 B) 48 C) 216
D) 174 E) 522

82. En un salón de clases de 40 personas, el 37,5% de las personas son hombres y el resto son mujeres, el 40% estudia ciencias y el resto estudia letras, de los hombres el 80% estudia ciencias, se trata de formar una comisión de 3 personas de ciencias.

¿De cuántas, maneras se puede formar dicha comisión, sabiendo que tienen que estar formada por personas del mismo género?

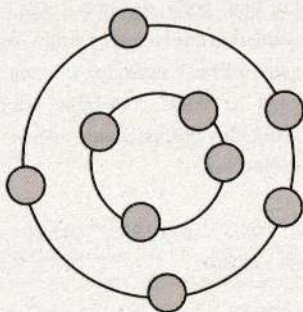
- A) 220 B) 222 C) 224
D) 226 E) 228

83. Si 7 varones y 12 mujeres se van de paseo al campo, para ello disponen de una combi con capacidad para 18 pasajeros. Se sabe que 5 personas tienen brevete, de las cuales 2 son varones.

¿Dé cuántas maneras pueden distribuirse en la combi, si una pareja viaja junto al chofer?

- A) $286 \times 6!$ B) $148 \times 6!$
C) $750 \times 16!$
D) $420 \times 16!$ E) $420 \times 16!$

84. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 9 personas en la disposición que se muestra? (Indique la suma de las cifras del resultado)



- A) 14 B) 15 C) 17
D) 18 E) 19
85. Una caja contiene 20 pernos similares, de los cuales 10 son buenos, 8 tienen defectos del tipo A, 5 defectos del tipo B, y 3 los dos tipos de defectos. ¿De cuántas? formas diferentes se pueden escoger al azar 11 pernos de manera que 2 tengan defectos A y B, 3 defectos sólo A, 2 con defectos sólo A, 2 con defectos solo B y 4 sin defectos?
- A) 6 300 B) 7 200 C) 8 400
D) 9 600 E) 10 800
86. ¿De cuántas formas se pueden colocar 6 torres en el tablero de ajedrez, de modo que no se puedan comer una a la otra?
- A) $(8!)^2$ B) $8!$ C) 64×31
D) $\frac{(8!)^2}{4}$ E) $16!$

87. En una polla de fútbol (con 13 casilleros) en el primer partido Perú le gana a Brasil; entre la "U" nunca le gana a "Boca". ¿Cuántos posibles resultados se pueden obtener en dichos juegos?
- A) 2 058 B) 19 683 C) 59 049
D) 354 294 E) 531 441
88. En el descentralizado de fútbol participan 16 equipos y juegan todos contra todos en dos ruedas (una de "ida" y otra de "vuelta"). Los 8 primeros, al final de las dos ruedas, juegan la liguilla para campeón y los 8 últimos juegan la liguilla de descenso; en ambos casos se juega una sola rueda. ¿Cuántos partidos deberá programarse en total?
- A) 240 B) 148 C) 296
D) 268 E) 178
89. Calcule cuántos números de 5 cifras tienen como producto de cifras 24.
- A) 120 B) 150 C) 240
D) 360 E) 180
90. En el coloquio de matemáticas se observa que la cantidad de varones está representada como el número total de 4 cifras diferentes del sistema quinario, y la cantidad de mujeres está, representada como el número total de numerales capicúas de 5 cifras en el sistema heptanario.
- ¿Cuántas parejas mixtas se pueden formar?
- A) 30 224 B) 28 224 C) 26 240
D) 15 224 E) 14 124
91. ¿De cuántas maneras diferentes se puede representar el número 12 como la suma indicada de 5 sumandos enteros no negativos y no necesariamente diferentes?
- A) 3 360 B) 2 184 C) 3 276
D) 3 640 E) 1 820
92. Se sabe que 10 amigos van a un restaurante donde hay 2 mesas de forma circular, con 5 asientos cada una. Si hay 2 amigos en partículas que no quieren sentarse en la misma mesa, calcule de cuántas maneras se podrán sentar los amigos.
- A) 40 320 B) 1 704 C) 80 640
D) 80 460 E) 20 120
93. En un estante se tienen 10 libros de aritmética, 8 libros de geometría y 6 libros de álgebra (todos diferentes). Calcule de cuántas maneras diferentes se pueden elegir dos libros de diferentes asignaturas.
- A) 176 B) 140 C) 188
D) 200 E) 198

94. Un examen que consta de 20 preguntas está dividido en dos partes, la primera parte consta de 8 preguntas, de las cuales el estudiante debe responder al menos 6. Si cada alumno debe contestar 15 preguntas del total, ¿de cuántas maneras puede elegir dichas preguntas?

A) 9 436 B) 8 712
C) 5 960
D) 10 912 E) 10 296

95. Sean: $A = \{x / \overline{xyz}_{(a)} = \overline{mn}_{(8)}\}$
 $B = \{b \in \mathbb{Z} / 3b^2 \leq 155\}$

Si disponemos de todos los elementos del conjunto "E" (Donde $E=A \cup B$) y elegimos solamente 5 de estos elementos. ¿De cuántas maneras distintas al producto de estos 5 elementos resulta positivo?

A) 1000 B) 1001 C) 1011
D) 1012 E) 1002

96. En la selección de vóley de un colegio, hay 10 varones y 9 mujeres. Se desea formar un equipo donde al menos se incluya a una mujer. Calcule de cuántas maneras se podrá formar dicho equipo.

A) 13 327 B) 36 981 C) 4 109
D) 26 922 E) 16 436

97. En una aula donde hay 7 alumnos, para ir a los servicios higiénicos a lavarse las manos solo pueden ir tres de ellos debido a que se cuenta solo con 3 caños. ¿De cuántas maneras

pueden ir al baño y elegir un caño, si se sabe que los alumnos entran uno a uno y eligen caños diferentes?

A) 7 640 B) 15 120 C) 1 260
D) 16 480 E) 210

98. Ingresan al cine "n" parejas de novios, acompañados de la madre de las novias (las "n" novias son hermanas), si encuentran $(2n + 1)$ asientos juntos en una misma fila.

¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse con la condición que la madre no separe a ninguna pareja?

A) $(n - 1)2^n$ B) $(n + 1)!2^{n+1}$
C) $n!2^n$
D) $n!2^{n+1}$ E) $(n + 1)!2^n$

99. En una tienda de mascotas hay 6 perros y 4 gatos. ¿Cuántas elecciones diferentes se obtendría de tal forma que entre las escogidas haya por lo menos una de cada especie?

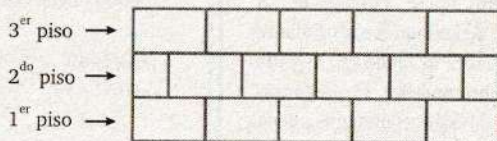
A) 430 B) 945 C) 470
D) 482 E) 496

100. En una tienda de juguetes el vendedor debe exhibir 5 osos y 3 perros de peluche (todos distintos) en una repisa de 8 espacios. ¿De cuántos modos podrá ubicar los juguetes, sabiendo que los perros no deben ubicarse juntos?

A) 12 800 B) 14 400 C) 16 200
D) 18 400 E) 20 500

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

En el esquema:



Se observa que:

En el 1^{er} piso puede visitar 4 tiendas en el 2^{do} piso puede visitar 3 tiendas en el 3^{er} piso puede visitar 5 tiendas.

- a) Como se desea visitar una tienda en cada piso, entonces los eventos son simultáneos.
- ⇒ (# de maneras de visitar una tienda en cada piso) = $4 \times 3 \times 5 = 60$
- b) Como se desea visitar una tienda; ya sea en el 1^{er}, 2^{do} ó 3^{er} piso, entonces los eventos son mutuamente excluyentes (si visita el 1^{er} piso ya no visita el 2^{do} ni el 3^{er} piso; etc).
- ⇒ (# de maneras de visitar una tienda en el 1^{er} piso, 2^{do} o 3^{er} piso)
- $$= 4 + 3 + 5 = 12$$

Rpta.: B**Resolución 2:**

Se quiere ir del local de Wilson a San Felipe y se tiene 4 líneas de combi, 6 líneas de coaster y 5 líneas de microbus; pero si se hace el recorrido por una línea de combi ya no se viaja por coaster ni por mi microbús (eventos mutuamente excluyentes)

$$\therefore (\# \text{ de formas distintas de hacer el recorrido}) = \overbrace{4}^{\text{combi}} + \overbrace{6}^{\text{coaster}} + \overbrace{5}^{\text{microbus}} = 15$$

Rpta.: B

Resolución 3:

Se tiene que Eva María tiene 2 pares de zapatos diferentes, 3 pantalones diferentes y blusas diferentes. Al vestirse ella se pondrá 1 par de zapatos, 1 pantalón y una blusa (eventos simultáneos); luego el # de maneras diferentes de vestirse es: $2 \times 3 \times 4 = 24$

Como el mes de noviembre tiene 30 días

$\therefore$ (mínimo # de días que repite su forma de vestir) = $30 - 24 = 6$

Rpta.: C**Resolución 4:**

Como Maribel tiene:

- i) 5 faldas que combinan con 3 blusas
 $\Rightarrow$ # de maneras de vestirse es: $5 \times 3 = 15$
- ii) 9 pantalones que hacen juego con 6 polos
 $\Rightarrow$ # de maneras de vestirse es: $9 \times 6 = 54$
- Luego, como los eventos i y ii son excluyentes:
 $\therefore$ (# de maneras de vestirse) = $15 + 54 = 69$

Rpta.: D**Resolución 5:**

Al ordenar (interesa el orden) las 5 bolas azules; 2 bolas blancas y 3 bolas celestes, una distribución sería:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline A & A & A & A & A & B & B & C & C & C \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{total de bolas: } 10 \left\{ \begin{array}{l} 5A \\ 2B \\ 3C \end{array} \right.$$

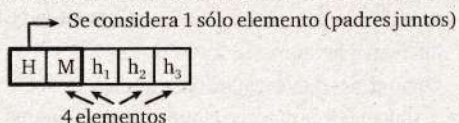
Como hay elementos que se repiten, entonces es una permutación con repetición.

$$\therefore (\text{\# de formas de ordenarse}) = \frac{10!}{5! \times 2! \times 3!} = 2520$$

Rpta.: E

Resolución 6:

Al tomarse la fotografía y ordenarse en fila (interesa el orden), como los padres deben estar juntos, una distribución sería:



$$\therefore (\# \text{ de maneras de tomar la fotografía}) = 4! \times 2! = 48$$

se ordenan los 4 elementos

se ordenan los padres

Rpta.: D

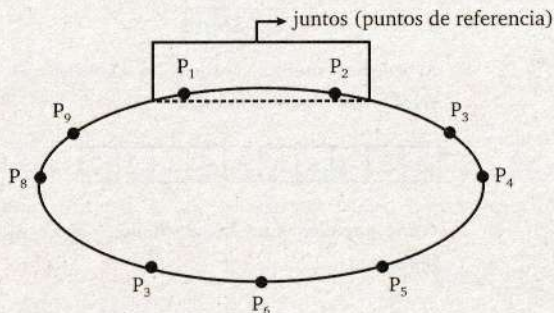
Resolución 7:

Sean las personas:

$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9$

Si P_1 y P_2 deben sentarse una al lado de la otra.

Al ubicarse en la mesa elipsoidal una distribución sería:



$$\therefore (\# \text{ de maneras de sentarse}) = 7! \times 2! = 10080$$

se ordenan las 7 personas

se ordenan los padres P_1 y P_2

Rpta.: C

Resolución 8:

De los 10 libros que quiere comprar Andrés sólo puede costear 4 de ellos. Al recoger los 4 libros no interesa el orden de su selección (es una combinación)

$$\therefore (\# \text{ de formas de seleccionar los libros}) = C_4^{10} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

Rpta.: E**Resolución 9:**

Al formar las guardias no interesa el orden en que se escoja a los soldados (combinación)

Se tiene 9 soldados y un soldado solo hace guardia en un turno:

de maneras:

El 1^{er} turno tiene 4 soldados: $C_4^9 = 126$

El 2^{do} turno tiene 3 soldados: $C_3^5 = 10$ ← quedan 5 soldados

El 3^{er} turno tiene 2 soldados: $C_2^2 = 1$ ← quedan 2 soldados

Como los eventos son simultáneas

$$(\# \text{ de guardias que se pueden formar}) = 126 \times 10 \times 1 = 1260$$

Rpta.: D**Resolución 10:**

Se tiene 20 puntos en un plano donde no hay 3 puntos colineales, luego:

- i) Para formar una recta se necesitan 2 puntos (no interesa el orden); luego:

$$a = (\# \text{ de rectas que se pueden trazar}) = C_2^{20} = 190$$

- ii) Para formar un triángulo se necesitan 3 puntos (no interesa el orden), luego.

$$b = (\# \text{ de triángulos que se pueden trazar}) = C_3^{20} = 1140$$

$$\therefore |a - b| = |190 - 1140| = 950$$

Rpta.: E

Resolución 11:

Del enunciados:

$$T = \frac{4 \times (n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)!} + 3 \frac{[n \times (n+1)]}{n!} - 4n^2 - 3$$

$$T = 4(n-1)n + 3(n+1) - 4n^2 - 3$$

$$T = 4n^2 - 4n + 3n + 3 - 4n^2 - 3$$

$$T = -n$$

Rpta.: B**Resolución 12:**

Del texto:

$$\binom{n}{5} = 8 \times \binom{n}{4}$$

$$\frac{n!}{5!(n-5)!} = 8 \times \frac{n!}{4!(n-4)!}$$

$$\frac{1}{4! \times 5 \times (n-5)!} = 8 \times \frac{1}{4! \times (n-5)! \times (n-4)}$$

$$n-4 = 40 \rightarrow n = 44$$

Por dato:

$$\binom{n+m}{4} = \binom{n+m}{n \times m}$$

$$\Rightarrow 4 = n-m \quad \vee \quad 4 = (n+m) - (n-m)$$

$$4 = 44 - m \quad 4 = 2m$$

$$m = 40 \quad 2 = m$$

$\therefore$ El mayor valor de $m+n$ es 84

Rpta.: A

Resolución 13:

Se tiene:

$$p_r^n = 3024 \rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = 3024$$

$$C_r^n = 126 \rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!} = 126$$

Reemplazando:

$$\frac{3024}{r!} = 126$$

$$24 = r!$$

$$4! = r!$$

$$\therefore r = 4$$

Rpta.: B**Resolución 14:**

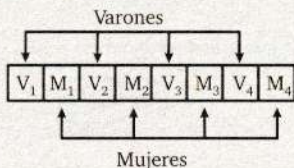
De las 40 personas que participan en la maratón, el 1^{er} puesto lo puede ocupar cualquiera de las 40 personas; el 2^{do} puesto lo puede ocupar cualquiera de las 39 personas restantes y el 3^{er} puesto lo pueden ocupar cualquiera de las 38 personas que quedan, luego como los eventos son simultáneos.

$$(\# \text{ maneras de ocupar los tres primeros puestos}) = 40 \times 39 \times 38 = 59280$$

Rpta.: C**Resolución 15**

Al sentarse en fila los 4 varones y 4 mujeres en forma interseca el orden alternado interesa el orden (permutación lineal)

1^{er} caso: Iniciando el ordenamiento con un varón



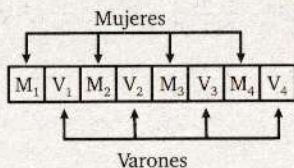
Se observa que:

Los 4 varones se ordenan en 4 asientos.

Las 4 mujeres se ordenan en 4 asientos.

$$\Rightarrow (\# \text{ de maneras diferentes}) = 4! \times 4! = 576$$

2^{do} caso: Iniciando el ordenamiento con una mujer



en forma análoga del análisis anterior:

$$(\# \text{ de maneras diferentes}) = 4! \times 4! = 576$$

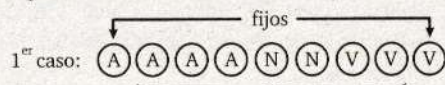
Como el 1^{er} y 2^{do} caso son excluyentes

$$\therefore (\# \text{ de maneras de sentarse}) = 576 + 576 = 1152$$

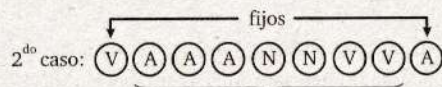
Rpta.: D

Resolución 16:

Al ordenar las fichas se observa que es una permutación con elementos repetidos



$$P_{(7;3;2;2)} = \frac{7!}{3! \times 2! \times 2!} = 210$$



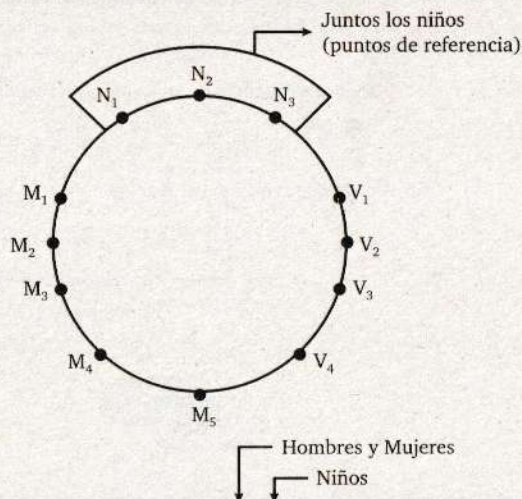
$$P_{(7;3;2;2)} = 210$$

$$\therefore (\# \text{ de maneras de ordenar es}) = 210 + 210 = 240$$

Rpta.: D

Resolución 17:

Al ubicarse en una mesa circular (figura cerrada)
se observa que es una permutación circular



$$(\# \text{ de maneras de ubicarse}) = 9! \times 3! = 8! \times 9 \times 6$$

$$(\# \text{ de maneras de ubicarse}) = 54 \times (8!)$$

Rpta.: B**Resolución 18:**

De 5 matemáticos y 3 literatos se forman un comité de 4 miembros, entonces
no interesa el orden (combinación) como debe haber al menos un literatos.

Caso: # de maneras

$$1 \text{ literatos y } 3 \text{ matemáticos} \Rightarrow C_1^3 \times C_3^5 = 30$$

$$2 \text{ literatos y } 2 \text{ matemáticos} \Rightarrow C_2^3 \times C_2^5 = 30$$

$$3 \text{ literatos y } 1 \text{ matemáticos} \Rightarrow C_3^3 \times C_1^5 = 5$$

$$\therefore (\# \text{ de maneras de formarse el comité}) = 30 + 30 + 5 = 65$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 19:

De 12 candidatos se forma una comisión con 5 de ellos (no interesa el orden), luego:

- a) # de maneras que uno de los candidatos se incluya siempre:

$$1 \times C_4^{11} = 330$$

1 se incluye $\uparrow$ $\uparrow$ se selecciona los
siempre 4 restantes

- b) # de maneras que uno de los candidatos, se excluya siempre.

$$C_5^{11} = 462$$

$\uparrow$ se selecciona de los
11 que no se excluyen

$\therefore 330$ y 462

Rpta.: E

Resolución 20:

Al formar una fila para entrar al cine interesa el orden (permutación)

P	L	J	V	A
---	---	---	---	---

 $\Rightarrow$ hay $5!$ maneras de ordenarse

Por condición:

Ana entra antes que Verónica

Ejm.:

P L J V A

P L V J A

P V L J A

P L V A J

$\vdots$

Observación:

Si Verónica entrase antes que Ana.

Ejm.:

P L J A V

P L A J V

P A L J V

P L A V J

$\vdots$

Se observa en los dos casos que sólo varía la posición de A y V; luego el # de maneras diferentes que pueden formar en fila con la condición que A entre antes que V es:

$$\frac{5!}{2} = 60$$

Rpta.: E

Resolución 21:

Expresando a 12 como el producto de 5 cifras.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 = 2 \times 6 \times 1 \times 1 \times 1 = 3 \times 4 \times 1 \times 1 \times 1$$

Al formar los números de 5 cifras se observa que interesa el orden y como hay cifras que se repiten entonces en cualquiera de los 3 casos se aplica permutación con repetición.

Casos: # de maneras

$$\text{cifras: } 2, 2, 3, 1, 1 \Rightarrow \frac{5!}{2! \times 1! \times 2!} = 30$$

$$\text{cifras: } 2, 6, 1, 1, 1 \Rightarrow \frac{5!}{1! \times 1! \times 3!} = 20$$

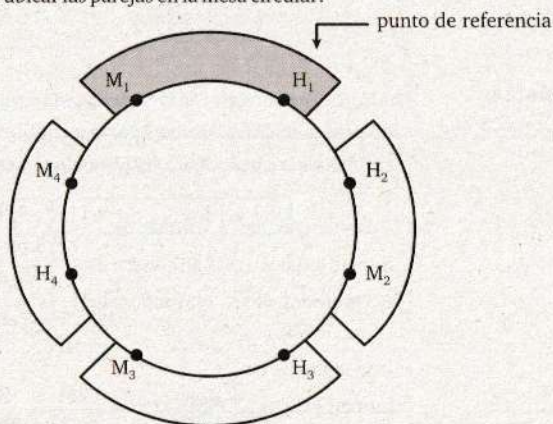
$$\text{cifras: } 3, 4, 1, 1, 1 \Rightarrow \frac{5!}{1! \times 1! \times 3!} = 20$$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \text{total de } \#s \\ \text{de 5 cifras} \end{array} \right) = 30 + 20 + 20 = 70$$

Rpta.: C

Resolución 22:

Al ubicar las parejas en la mesa circular:



Para que las parejas no se separen se considera 4 elementos; pero en cada elemento las parejas permutan de $2!$ maneras.

$$(\# \text{ de maneras de ubicarse}) = 3! \times (2!)^4 = 96$$

permutan 3 elementos $\uparrow$ $\uparrow$ permutación de las parejas

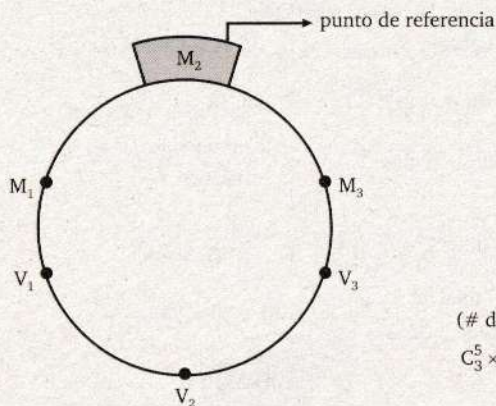
Rpta.: A

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 23:

Como 2 varones quedan de pie, escogiendo 3 varones de los 5 varones que hay: C_3^5

Luego, ubicando las 3 mujeres y los 3 varones en la mesa circular: $P_{c(6)} = 5!$



$$(\# \text{ de maneras de ubicarse}) = C_3^5 \times 5! = 10 \times 120 = 1200$$

Rpta.: D**Resolución 24:**

De los 25 profesionales de la clínica: 4 son cirujanos, se quiere formar grupos de 3 profesionales que incluya por lo menos 1 cirujano

El problema se puede resolver aplicando el método del complemento.

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{formar grupos} \\ \text{de 3 profesionales} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{total de} \\ \text{grupos de 3} \\ \text{profesionales} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{grupos de} \\ 3 \text{ profesionales} \\ \text{sin ningún} \\ \text{cirujano} \end{array} \right)$$

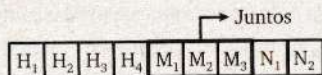
$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{formar grupos} \\ \text{de 3 profesionales} \end{array} \right) = C_3^{25} - C_3^{21} = \frac{25!}{3! \times 22!} - \frac{21!}{3! \times 18!}$$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{formar grupos} \\ \text{de 3 profesionales} \end{array} \right) = 970$$

Rpta.: D

Resolución 25:

Al sentarse las personas en fila (interesa el orden):



Como las 3 mujeres no pueden sentarse juntas, aplicando el método del complemento:

$$\left(\begin{array}{l} \text{\# de maneras} \\ \text{que las 3 mujeres} \\ \text{no estén juntas} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{total de} \\ \text{ordenamientos} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{ordenamientos} \\ \text{cuando} \\ \text{las 3 mujeres} \\ \text{están juntas} \end{array} \right)$$

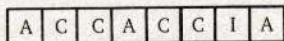
$$\left(\begin{array}{l} \text{\# de maneras} \\ \text{que las 3 mujeres} \\ \text{no estén juntas} \end{array} \right) = 9! - 7! \times 3!$$

$\uparrow$ $\uparrow$ permutan las mujeres
 $\downarrow$ 7 elementos

$$\left(\begin{array}{l} \text{\# de maneras} \\ \text{que las 3 mujeres} \\ \text{no estén juntas} \end{array} \right) = 7! (8 \times 9 - 6) = 7! \times 66$$

Rpta.: A**Resolución 26:**

Al formar las palabras interesa el orden y como hay letras repetidas; entonces es una permutación con repetición:



Se observa que hay: 3A; 4C; 1I

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \text{\# de palabras} \\ \text{diferentes} \end{array} \right) = \frac{8!}{3! \times 4! \times 1!} = 280$$

Rpta.: B

Resolución 27:

Las caras de la moneda están marcadas con (2) y (5)

Al ser lanzada 7 veces se obtiene como suma 29,

Las distribuciones serían:

$$\left. \begin{array}{ccccccccc} (5) & (5) & (5) & (5) & (5) & (2) & (2) \\ (5) & (5) & (5) & (5) & (2) & (5) & (2) \\ (5) & (5) & (5) & (2) & (5) & (5) & (2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{interesa el orden} \\ \text{(permutación con repetición)} \end{array}$$

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de palabras} \\ \text{diferentes} \end{array} \right) = \frac{7!}{5! \times 2!} = 21$$

Rpta.: D

Resolución 28:

La 1^{era} persona puede ingresar a cualquiera de las 4 discotecas, la 2^{da} persona también puede ingresar a cualquiera de las 4 discotecas; la 3^{ra} persona también puede escoger cualquiera de las 4 discotecas, luego como los eventos son simultáneos.

$$(\# \text{ de maneras de poder ingresar}) = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

Rpta.: D

Resolución 29:

Sea "x" el número de equipos participantes.

- En la primera etapa jugaron todos contra todos:

$$(\# \text{ de partidos}) = C_2^x = \frac{x(x-1)}{2}$$

- En la segunda etapa jugaron los 8 mejores:

$$(\# \text{ de partidos}) = C_2^8 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

Como en total se jugaron 524 partidos:

$$\Rightarrow \frac{x(x-1)}{2} + 28 = 524$$

$$x(x-1) = 992 \rightarrow x = 32$$

Rpta.: D**Resolución 30:**

Se tiene 10 clases de frutas, al pedir algo para tomar que tenga al menos 2 frutas (no interesa el orden de las frutas):

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de pedir} \end{array} \right) = \overbrace{C_2^{10}}^{2 \text{ frutas}} + \overbrace{C_3^{10}}^{3 \text{ frutas}} + \overbrace{C_4^{10}}^{4 \text{ frutas}} + \dots + \overbrace{C_{10}^{10}}^{10 \text{ frutas}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de pedir} \end{array} \right) = \underbrace{(C_0^{10} C_1^{10}) + C_2^{10} + C_3^{10} + C_4^{10} + \dots + C_{10}^{10}}_{2^{10} - (C_0^{10} \times C_1^{10})}$$

$$\left(\begin{array}{l} \therefore \# \text{ de maneras} \\ \text{de pedir} \end{array} \right) = 2^{10} - (1 + 10) = 1013$$

Rpta.: B

Resolución 31:

Del enunciado:

$$Q = \frac{a^{a!+1}(a-1)!(a+1)!}{a^{a!} \times (a-1)^{a(a!)}} = \frac{a^{a!} \times a \times (a-1)!^{a! \times (a+1)}}{a^{a!} \times (a-1)!^{a! \times a}} = \frac{a^{a!} \times a(a-1)!^{a! \times a} \times (a-1)!^{a!}}{a^{a!} \times (a-1)!^{a! \times a}}$$

$$Q = \frac{a \times a^{a!} \times (a-1)!^{a!}}{a^{a!}} = \frac{a \times a^{a!}}{a^{a!}}$$

$$Q = a$$

Rpta.: A**Resolución 32:**

Del texto:

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 23 \times 23! = (n!)! - 1$$

$$1 + 1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 23 \times 23! = (n!)!$$

$$2! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 23 \times 23! = (n!)!$$

$$3! + 3 \times 3! + \dots + 23 \times 23! = (n!)!$$

$$4! + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{24!}{(4!) = (n!)!} \rightarrow n = 4$$

$$\therefore n! + 3n = 4! + 3 \times 4 = 36$$

Rpta.: E**Resolución 33:**Se sabe que: $C_{k-1}^n + C_k^n = C_{k-1}^{n+1}$

En el enunciado:

$$\sum_{k=13}^n [C_{k-3}^{n-3} + C_{k-2}^{n-3} + C_{k-1}^{n-2}] = 26$$

$$\sum_{k=3}^n [C_{k-2}^{n-2} + C_{k-1}^{n-2}] = 26$$

$$\sum_{k=3}^n [C_{k-1}^{n-1}] = 26$$

$$\begin{aligned}
 & C_2^{n-1} + C_3^{n-1} + C_4^{n-1} + \dots + C_{n-1}^{n-1} = 26 \\
 \Rightarrow & [C_0^{n-1} + C_1^{n-1}] + C_2^{n-1} + C_3^{n-1} + \dots + C_{n-1}^{n-1} = 26 + [C_0^{n-1} + C_1^{n-1}] \\
 & 2^{n-1} = 26 + 1 + (n-1) \\
 & 2^{n-1} = 26 + n \rightarrow n = 6 \\
 \therefore & n^2 - 1 = 35
 \end{aligned}$$

Rpta.: D**Resolución 34:**

Se tiene:

$$S = C_0^{20} + 2C_1^{20} + 3C_2^{20} + \dots + 19C_{18}^{20} + 20C_{19}^{20} + 21C_{20}^{20} \dots (\alpha)$$

Expresando S con los sumandos en forma invertida y reemplazando: $C_k^n = C_{n-k}^n$

$$S = 21C_{20}^{20} + 20C_{19}^{20} + 19C_{18}^{20} + \dots + 3C_2^{20} + 2C_1^{20} + C_0^{20}$$

$$\Rightarrow S = 21C_0^{20} + 20C_1^{20} + 19C_2^{20} + \dots + 3C_{18}^{20} + 2C_{19}^{20} + C_{20}^{20} \dots (\beta)$$

Sumando (α) y (β)

$$2S = 22C_0^{20} + 22C_1^{20} + 22C_2^{20} + \dots + 22C_{18}^{20} + 22C_{19}^{20} + 22C_{20}^{20}$$

$$2S = 22[C_0^{20} + C_1^{20} + C_2^{20} + \dots + C_{18}^{20} + C_{19}^{20} + C_{20}^{20}]$$

$$S = 11[2^{20}]$$

$$\therefore S = 11 \times 2^{20}$$

Rpta.: B**Resolución 35:**

Del dato:

$$C_0^n + C_2^n + C_4^n + \dots + C_n^n = 512$$

Siendo "n" par:

$$\text{Recordando: } C_{k-1}^n + C_k^n = C_{k+1}^{n+1}$$

**OBSERVACIÓN**

$$C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 2^n$$

Si "n" es par

$$C_0^n + C_2^n + C_4^n + \dots + C_n^n = 2^{n-1}$$

$$\Rightarrow C_1^n + C_3^n + C_5^n + \dots + C_{n-1}^n = 2^{n-1}$$

Se sabe que:.

$$\underbrace{C_0^{n-1} + C_1^{n-1} + C_2^{n-1}} + \underbrace{C_3^{n-1} + C_4^{n-1}} + \dots + \underbrace{C_{n-3}^{n-1} + C_{n-2}^{n-1}} + \underbrace{C_{n-1}^{n-1}} = 2^{n-1}$$

$$1 + C_2^n + C_4^n + \dots + C_{n-2}^n + 1 = 2^{n-1}$$

$$\underbrace{C_0^n + C_2^n + C_4^n + \dots + C_{n-2}^n + C_n^n}_{512} = 2^{n-1} \rightarrow n = 10$$

$$\therefore n^2 + 2n = 10^2 + 2 \times 10 = 120$$

Rpta.: E**Resolución 36:**

Del texto:

$$\frac{C_{x+1}^{2x} + C_{x-1}^{2x}}{C_{x+2}^{2x} + C_{x-2}^{2x}} = \frac{19}{16}$$

$$\frac{C_{2x-(x+1)}^{2x} + C_{x-1}^{2x}}{C_{2x-(x+2)}^{2x} + C_{x-2}^{2x}} = \frac{19}{16}$$

$$\frac{2 \times C_{x-1}^{2x}}{2 \times C_{x-2}^{2x}} = \frac{19}{16};$$

$$\frac{2x - (x-1) + 1}{x-1} \times \frac{C_{x-1}^{2x}}{C_{x-2}^{2x}} = \frac{19}{16}$$

$$\frac{x+2}{x-1} = \frac{19}{16}$$

$$\therefore x = 17$$

Rpta.: B

RECORDANDO:

$$C_k^n = \frac{n-k+1}{k} \times C_{k-1}^n$$

Resolución 37:

Se tiene:

$$\binom{m}{0} + \binom{m}{1} + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \binom{m}{2} + \dots + \binom{m}{m-1} + \binom{m}{m-1} + \binom{m}{m} = 1022$$

Agrupando los sumandos convenientemente:

$$\underbrace{\binom{m}{0} + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \dots + \binom{m}{m-1}}_{2^m} + \underbrace{\binom{m}{m-1} + \binom{m}{m}}_{2^m} = 1022$$

$$2^m + 2^m - \binom{m}{0} - \binom{m}{m} = 1022$$

$$2 \times 2^m - 1 - 1 = 1022$$

$$2^{m+1} = 1024$$

$$\therefore m = 9$$

Rpta.: B**Resolución 38:**

Del enunciado:

$$\frac{nC_1^n}{C_0^n} + \frac{2(n-1)C_2^n}{C_1^n} + \frac{3(n-2)C_3^n}{C_2^n} + \dots + \frac{nC_n^n}{C_{n-1}^n} = 385$$

Se sabe que:

$$C_k^n = \frac{n-k+1}{2} \times C_{k-1}^n$$

Reemplazando en el enunciado:

$$\frac{n \times \left[\frac{n}{1} \times C_0^n \right]}{C_0^n} + \frac{2(n-1) \times \left[\frac{(n-1)}{2} \times C_1^n \right]}{C_1^n} + \frac{3(n-2) \times \left[\frac{(n-2)}{3} \times C_2^n \right]}{C_2^n} + \dots + \frac{n \times \left[\frac{1}{n} \times C_{n-1}^n \right]}{C_{n-1}^n} = 385$$

$$n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1^2 = 385$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 385$$

$$\Rightarrow n(n+1)(2n+1) = 2310$$

$$\therefore n = 10$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 39:

De las 18 deportistas al formar un equipo se requiere de 6 jugadoras; como 3 de ellas no quieren estar en el mismo equipo.

Casos:

de maneras

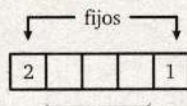
- Ninguna de las 3 jugadoras están en el equipo:
(se escoge de los 15 jugadores restantes) $C_6^{15} = \frac{15-6+1}{6} \times C_5^{15} = \frac{5}{3} C_6^{15}$
- Una de las 3 jugadoras está en el equipo:
(las otras 5 jugadoras se escogen de las 15 restantes) $C_1^3 \times C_5^{15} = 3 C_5^{15}$
- (# de maneras de formar el equipo) $= \frac{5}{3} \times C_5^{15} + 3 \times C_5^{15} = \frac{14}{3} \times C_5^{15}$

Rpta.: E

Resolución 40:

Se tiene las cifras: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Se forma números de 5 cifras que empiecen en 2 y acaben en 1 (ninguna cifra se repite):



se ordenan los 5 que quedan en 3 lugares

$$\therefore (\# \text{ de maneras}) = P_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$$

Rpta.: E

Resolución 41:

Se tiene cinco banderas de colores diferentes.

Al mandar mensajes interesa el orden de las banderas y como no es obligatorio usar todas las banderas:

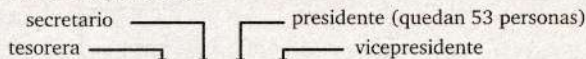
$$\Rightarrow (\# \text{ de mensajes}) = \overbrace{5}^{1 \text{ bandera}} + \overbrace{P_2^5}^{2 \text{ banderas}} + \overbrace{P_3^5}^{3 \text{ banderas}} + \overbrace{P_4^5}^{4 \text{ banderas}} + \overbrace{P_5^5}^{5 \text{ banderas}}$$

$$\therefore (\# \text{ de mensajes}) = 5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$$

Rpta.: E

Resolución 42:

En el grupo hay 30 mujeres y 25 hombres, se elige en formas simultánea presidente, vicepresidente, tesorero y secretario donde una mujer debe ser tesorera y un hombre secretario.



$$(\# \text{ de maneras de elegir}) = 30 \times 25 \times 53 \times 30 = 2067000$$

Se pide la suma de cifra:

$$\therefore 2 + 0 + 6 + 7 + 0 + 0 + 0 = 15$$

Rpta.: A**Resolución 43:**

Como solo encuentran 3 asientos vacíos en la fila, de las tres amigas y tres amigos se quiere que por lo menos este sentado un hombre y una mujer.

1^{er} caso: 1H y 2M

$$(\# \text{ maneras}) = C_1^3 \times C_2^3 \times 3! = 54$$

Agrupando 1H y 2M $\leftarrow$ Ordenándolos en los 3 asientos

2^{do} caso: 2H y 1M

$$(\# \text{ maneras}) = C_2^3 \times C_1^3 \times 3! = 54$$

Agrupando 2H y 1M $\leftarrow$ Ordenándolos en los 3 asientos

$$\therefore (\# \text{ de maneras de sentarse}) = 54 \times 54 = 108$$

Rpta.: B**Resolución 44:**

José tiene 11 amigos, al invitar a 5 de ellos a una fiesta (no interesa al orden), 2 de ellos no se llevan bien y no asisten juntos.

Aplicando el método del complemento.

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de invitar a la} \\ \text{fiesta} \end{array} \right) = C_5^{11} - C_3^9 = 378$$

total de casos $\leftarrow$ otros 3 se escogen de los 9 amigos que quedan

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 45:

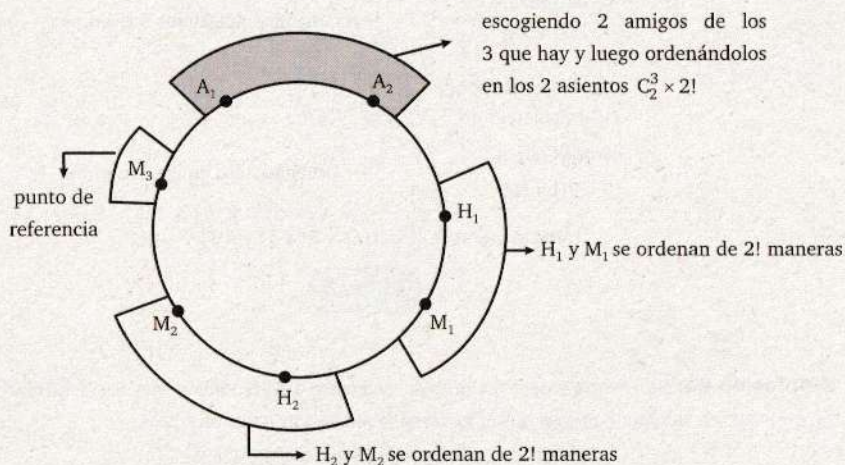
Marco tiene 2 hijos; 6 sobrinas y 6 sobrinos. Sale a pasear (no interesa el orden) con uno de sus hijos, con 3 sobrinas y por lo menos un sobrino.

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{l} 3 \text{ sobrinas} \\ 1 \text{ hijo} \end{array} \rightarrow \text{por lo menos 1 sobrino} \\
 \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de pasear} \end{array} \right) &= C_1^2 \times C_3^6 \times \left[C_1^6 + C_1^6 + C_3^6 + \dots + C_6^6 \right] \\
 \therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de pasear} \end{array} \right) &= 2 \times 20 \times [2^6 - 1] = 2520
 \end{aligned}$$

Rpta.: E

Resolución 46:

Sean los amigos: A_1, A_2, A_3 y las 2 parejas de esposos H_1, M_1, M_2, H_2 . Al ubicarnos en una mesa circular de 8 asientos, el asiento vacío debe estar entre 2 amigos:



Luego:

$$\begin{aligned}
 \therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de sentarse} \end{array} \right) &= 3! \times C_2^3 \times 2! - 2! \times 2! = 144 \\
 &\quad \uparrow \\
 &\quad \text{se permutan 3 elementos}
 \end{aligned}$$

Rpta.: C

Resolución 47:

El examen consta de 10 problemas con 4 posibles respuestas para cada uno, se quiere contestar faltando a lo más una pregunta.

1er caso: Si no falla pregunta alguna; solo hay una manera (todas contestadas correctamente)

2do caso: Si falla una pregunta, como hay 4 posibles respuestas hay 3 posibilidades que falle en una pregunta; pero se puede fallar en cualquiera de las 10 preguntas.

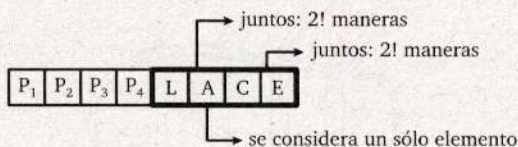
$$(\# \text{ de maneras}) = 3 \times 10 = 30$$

$$(\# \text{ de maneras de contestar}) = 1 + 30 = 31$$

Rpta.: D**Resolución 48:**

Sean las personas: L; A; C; E; P₁; P₂; P₃; P₄.

Al forman una fila, una distribución sería:

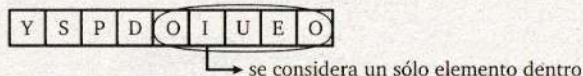


$$(\# \text{ de maneras de esta fila}) = 5! \times 2! \times 2! = 480$$

se permutan 5 elementos

Rpta.: A**Resolución 49:**

Al ordenar las letras de la palabra yo si puedo

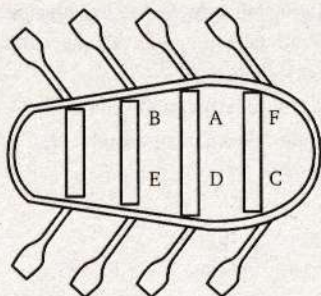


permutan de $\frac{5!}{2!}$ maneras (permutación con repetición)

$$(\# \text{ de ordenamientos}) = 5! \times \frac{5!}{2!} = 7200$$

permutan 5 elementos

Rpta.: A

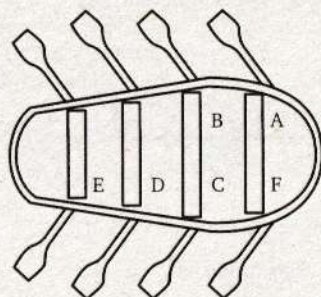
Resolución 50:1er caso: Si Flavio rema al lado de Abel y Beto:⇒ se ordenan de P_3^4 maneras⇒ se ordenan de P_3^4 maneras

También: Primero pueden ubicarse E, D y C y al otro extremo B, A y F:

$$(\# \text{ de maneras}) = P_3^4 \times P_3^4 \times 2 = 1152$$

2do caso:

Si Flavio rema al lado de cesar, David y Edgar:

⇒ se ordenan de P_2^4 maneras⇒ se ordenan de P_4^4 maneras

También primero pueden ubicarse E, D, C y F y al otro extremo B y A:

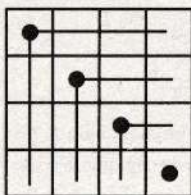
$$(\# \text{ de maneras}) = P_2^4 \times P_4^4 \times 2 = 576$$

$$(\# \text{ de maneras de remar}) = 1152 + 576 = 1728$$

Rpta.: B

Resolución 51:

Se coloca 4 monedas en el tablero de modo que haya una sola moneda por fila o por columna: ● ● ● ●



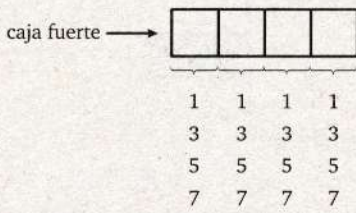
Se observa que la 1ra moneda puede ubicarse en cualquiera de los 16 casilleros. Como debe haber una moneda por fila o por columnas; para ubicar la 2da moneda quedan 4 casilleros; para la 4ta moneda queda 1 casillero, luego como los eventos son simultáneos:

$$\begin{matrix} \text{moneda:} & 1\text{ra} & 2\text{da} & 3\text{ra} & 4\text{ta} \\ \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{distribuir las} \\ \text{monedas} \end{array} \right) & = & 16 \times 9 \times 4 \times 1 = & 576 \end{matrix}$$

Rpta.: C**Resolución 52:**

Se tiene los dígitos: 1, 3, 5 y 7

La caja fuerte consta de cuatro dígitos no necesariamente diferentes, hallando todas las combinaciones posibles.



$$(\# \text{ de combinaciones}) = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$$

Como se quiere el máximo número de combinaciones erradas y solo una es la clave correcta:

$$(\# \text{ máximo de combinaciones erradas}) = 256 - 1 = 255$$

↙ clave correcta

Rpta.: C

Resolución 53:

Se lanza 7 canicas:  en 4 cajas numeradas colocadas en fila, de modo que cada cálica tenga que caer en una caja.

Luego:

a) Caja:

1ra	2da	3ra	4ta

La 1ra canica puede caer en cualquiera de las 4 cajas.

La 2da canica puede caer en cualquiera de las 4 cajas.

La 3ra canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

•		•		•
•		•		•
•		•		•

La 7ma canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas, restantes.

$$(\# \text{ de maneras de ocurrir el experimento}) = \underbrace{4 \times 4 \times 4 \dots 4}_{7 \text{ factores}} = 4^7$$

b) Caja:

1ra	2da	3ra	4ta

de maneras que en la 1era caja caen precisamente 2 canicas: $C_2^7 = 21$

La 3ra canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

La 4ta canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

La 5ta canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

La 6ta canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

La 7ma canica puede caer en cualquiera de las 3 cajas restantes.

$$\therefore (\# \text{ de maneras que en la 1ra caja caen 2 canicas}) = \frac{21 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 3} = 7 \times 3^6$$

Rpta.: E

Resolución 54:

Se quiere elaborar un examen y se dispone de 5 preguntas fáciles (F), 4 difíciles (D) y 3 regulares (R) y se cumple que $D \leq R < F$
Los casos pueden ser:

- # de formas
- $5F-2R-OD \Rightarrow C_5^5 \times C_2^3 = 3$
 - $5F-1R-1D \Rightarrow C_5^5 \times C_1^3 \times C_1^4 = 12$
 - $4F-3R-OD \Rightarrow C_4^5 \times C_3^3 = 5$
 - $4F-2R-1D \Rightarrow C_4^5 \times C_2^3 \times C_1^4 = 60$
 - $3F-2R-2D \Rightarrow C_4^5 \times C_2^3 \times C_2^4 = 180$

$$\therefore (\# \text{ de formas que elaboran el examen}) = 3 + 12 + 5 + 60 + 180 = 260$$

Rpta.: A**Resolución 55:**

Sean los números de la forma $\overline{abcde}$

Además: P: Par $\wedge$ I: Impar

Se quiere que el producto de las cifras sea par.

$$\overline{a \times b \times c \times d \times e} = p$$

P P P P P

P I P I P

I P P P I

I P P I I

I I P I I

$\vdots$

RECORDAR!

- cifras pares: 0, 2, 4, 6, 8
5 valores
- cifras impares: 1, 3, 5, 7, 9
5 valores
- $\overline{a \times b \times c \times d \times e} = I$
I I I I I

Se observa que hay muchos casos, conviene aplicar el método del complemento.

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de cifras} \\ \text{cuyo producto} \\ \text{de cifras es par} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{total de } \# \\ \text{de 5 cifras} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \# \text{ de 5 cifras} \\ \text{cuyo producto de} \\ \text{cifras sea impar} \end{array} \right)$$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de cifras} \\ \text{cuyo producto} \\ \text{de cifras es par} \end{array} \right) = 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 - 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5164$$

Rpta.: A

Resolución 56:

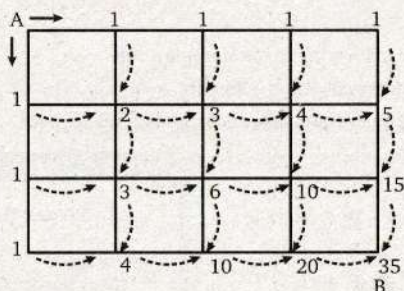
Del esquema, se podrá viajar de A a D sin retroceder por los siguientes caminos:

<u>Caminos</u>	<u># de maneras</u>
ABD $\Rightarrow$	$3 \times 1 = 3$
ABCD $\Rightarrow$	$3 \times 2 \times 3 = 18$
A C D $\Rightarrow$	$1 \times 3 = 3$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de viajar de A a D} \end{array} \right) = 3 + 18 + 3 = 24$$

Rpta.: C**Resolución 57:**

Aplicando el principio de la adición en el esquema

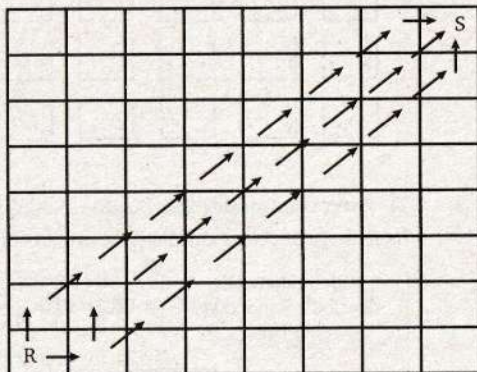


$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de ir de A a D} \\ \text{sin retroceder} \end{array} \right) = 35$$

Rpta.: B

Resolución 58:

El Rey debe ir de la casilla R a la casilla S en 8 movimientos pero se mueve una casilla a la vez horizontalmente ($\rightarrow$), verticalmente ($\uparrow$) o en diagonal ($\nearrow$). En el tablero.



Se observa en los 3 ejemplos, que para llegar de R a S en 8 movimientos debe ir 1 horizontal ($\rightarrow$), 1 vertical ($\uparrow$) y 6 diagonales ($\nearrow$) como interesa el orden, es una permutación con repetición.

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de formas} \\ \text{de ir de R a S} \end{array} \right) = \frac{8!}{4! \times 1! \times 6!} = 56$$

Rpta.: C**Resolución 59:**

En la tienda se venden polos rojos, azules y verdes.

Al comprar los 6 polos no interesa el orden en que se reciban los polos, pero hay polos del mismo color, entonces es una combinación con repetición.

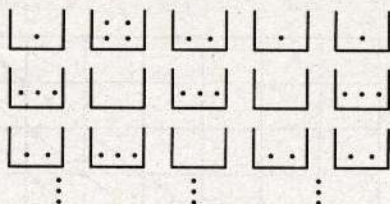
$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{escoger 6 polos de} \\ \text{3 colores diferentes} \end{array} \right) = CR_6^3 = C_6^{3+6-1} = C_6^8 = \frac{8!}{6! \times 2!} = 28$$

Rpta.: D

Resolución 60:

Al distribuir las 8 monedas en las 5 cajas no importa el orden en que se escojan las monedas.

Analizando algunos casos:



Se observa que pueden haber cajas vacías, cajas con la misma cantidad de monedas, entonces se concluye que es una combinación con repetición.

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras de} \\ \text{distribuir 9 monedas} \\ \text{en 5 cajas} \end{array} \right) = CR_9^5 = C_9^{13} = \frac{13!}{9! \times 4!} = 715$$

Rpta.: D**Resolución 61:**

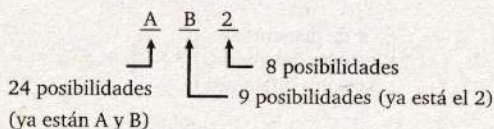
Tiene plumones verde (V) o amarillo (A):

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras de} \\ \text{pintarse los cuadritos} \end{array} \right) = \overset{1ra}{2} \times \overset{2da}{2} \times \overset{3ra}{2} \times \overset{4ta}{2} = 16$$

V o A $\nearrow$

Rpta.: C**Resolución 62:**

Los tres primeros caracteres son letras del alfabeto (26) y los tres últimos caracteres son dígitos (10). Como los caracteres faltantes son diferentes entre si y diferentes de los caracteres conocidos, en la placa.



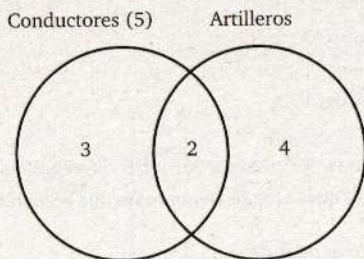
$$\left(\begin{array}{c} \# \text{ de placas que} \\ \text{investigará la policía} \end{array} \right) = 24 \times 9 \times 8 = 1728$$

$$\therefore 1 + 7 + 2 + 8 = 18$$

Rpta.: C

Resolución 63:

Ubicando los datos en un diagrama de Venn:



Cualquiera de los 9 soldados puede ser ayudante de carga de munición para el cañón.

Analizando los eventos:

- i) Si el conductor no es artillero:

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir la tripulación} \end{array} \right) = \overbrace{3}^{\text{conductor}} \times \overbrace{6}^{\text{artillero}} \times \overbrace{7}^{\text{ayudante}} = 126$$

(quedan 7 soldados) $\uparrow$

- ii) Si el conductor es artillero:

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir la tripulación} \end{array} \right) = \overbrace{2}^{\text{conductor}} \times \overbrace{5}^{\text{artillero}} \times \overbrace{7}^{\text{ayudante}} = 70$$

(quedan 5 artilleros) $\uparrow$

Se observa que los eventos son mutuamente excluyentes.

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras diferentes} \\ \text{de elegir la tripulación} \end{array} \right) = 126 + 70 = 196$$

Rpta.: D

Resolución 64:

Se tiene:

1 dígito "2"

2 dígitos "3"

3 dígitos "4"

2 dígitos "5"

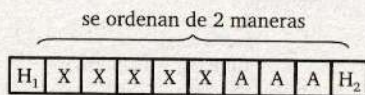
Al formar los números de 8 cifras diferentes interesa el orden, pero como hay dígitos que se repiten entonces es una permutación con repetición, luego:

$$\left(\begin{array}{c} \text{total de \# de} \\ \text{8 cifras diferentes} \end{array} \right) = \frac{8!}{1! \times 2! \times 3! \times 2!} = 1680$$

$$\therefore 1 + 6 + 8 + 0 = 15$$

Rpta.: D**Resolución 65:**

Se tiene 5 libros de álgebra (X) iguales, 3 libros de aritmética (A) iguales, y 2 libros de historia diferentes (H_1 , H_2). Como los libros de matemáticas no deben estar en los extremos, se tendrá:



se ordenan de

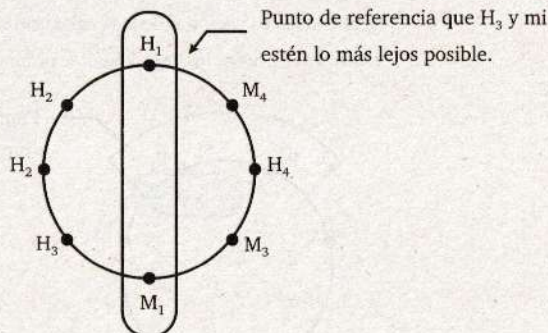
$$\frac{8!}{5! \times 3!} = 56 \text{ maneras}$$

$$\therefore (\# \text{ de maneras de ordenar los libros}) = 2 \times 56 = 112$$

Rpta.: A

Resolución 66:

Sean las parejas:

 H_1 y M_1 , H_2 y M_2 , H_3 y M_3 , H_4 y M_4 Si H_1 decide sentarse lo más lejos de M_1 se tendrá:

Se observa que H_1 y M_1 tienen un lugar fijo, los otros 6 personas se pueden ordenar en los 6 asientos que quedan.

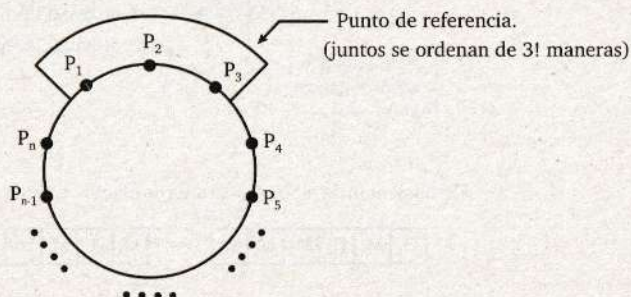
$$\therefore (\# \text{ de maneras de sentarse}) = 6! = 720$$

Rpta.: C**Resolución 67:**

Sean las personas:

 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, \dots, P_{n-1}, P_n$

donde: P_1, P_2, P_3 pertenecen al Comité Directivo (siempre se sientan juntos), en la mesa circular se tendrá.

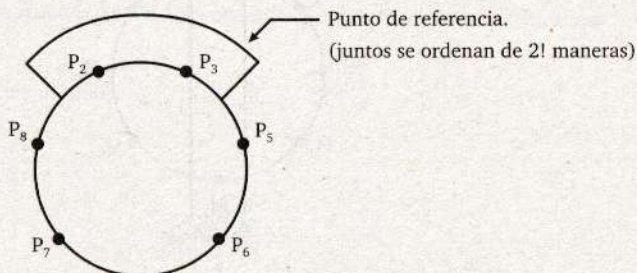


$$(\# \text{ de maneras en que se pueden sentar}) = 720$$

$$(n-3)! \times 3 = 720$$

$$(n-3)! = 120 \Rightarrow n = 8$$

Al retirarse dos personas de las cuales uno es del Comité Directivo (sea P_1) y el otro sea P_4 , luego los que quedan se ordenan en la mesa circular.



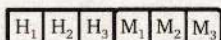
$$\therefore (\# \text{ de formas de ubicarse}) = 4! \times 2! = 48$$

Rpta.: D

Resolución 68:

Sean los hombres H_1, H_2 y H_3 y las mujeres: M_1, M_2 y M_3 luego analizando los casos:

- i) Se sientan los tres hombres juntos y las tres mujeres juntas.



$$\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de ordenarse} \end{array} \right\}}_a = \begin{array}{l} \begin{array}{l} \text{se ordenan 2 elementos} \\ \text{se ordenan los hombres} \\ \text{se ordenan las mujeres} \end{array} \\ 2! \times 3! \times 3! \\ 72 \end{array}$$

- ii) Se sientan de modo que se alterne hombre y mujer en asientos vecinos:



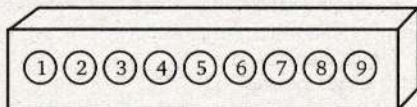
$$\begin{array}{l}
 \left(\begin{array}{l} \text{\# de maneras} \\ \text{de ordenarse} \end{array} \right) = 2! \times 3! \times 3! \\
 \begin{array}{l} \text{se sienta primero H o M} \\ \text{se ordenan los hombres} \\ \text{se ordenan las mujeres} \end{array} \\
 b = 72
 \end{array}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 1$$

Rpta.: D

Resolución 69:

En la urna se tiene:



Hallando el número de maneras de extraer 3 fichas a la vez.

$$C_3^9 = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$$

Como se quiere que la suma de las tres fichas extraídas, se excluyen:

{1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 2, 5}, {1, 3, 4}

$$\left(\begin{array}{l} \text{\# de maneras de extraer} \\ \text{3 fichas cuya suma} \\ \text{sea no menor que 0} \end{array} \right) = 84 - 4 = 80$$

Rpta.: D

Resolución 70:

En una baraja de 52 cartas se tiene 4 polos (oro, corazones, trébol y espadas); luego:

- Se elige un palo de 4 posibles: C_1^4
- Del palo elegido (13 cartas) se escoge 3 cartas: C_3^{13}
- De los 3 palos diferentes del anterior se elige 1: C_1^3
- Del palo elegido (13 cartas) se escoge a 2 cartas: C_2^{13}

Como los eventos son simultáneos:

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir 5 cartas} \end{array} \right) = C_1^4 \times C_3^{13} \times C_1^3 \times C_2^{13}$$

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir 5 cartas} \end{array} \right) = 4 \times 78 \times 3 \times C_2^{13}$$

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir 5 cartas} \end{array} \right) = 936 \times C_2^{13}$$

Rpta.: D

Resolución 71:

Se debe distribuir $3n$ objetos diferentes entre 3 personas de modo que cada uno obtenga n objetos.

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de formas} \\ \text{de distribuir} \end{array} \right) = C_n^{3n} \times C_n^{2n} \times C_n^n$$

$\swarrow$ quedan $2n$ objetos
 $\searrow$ quedan n objetos

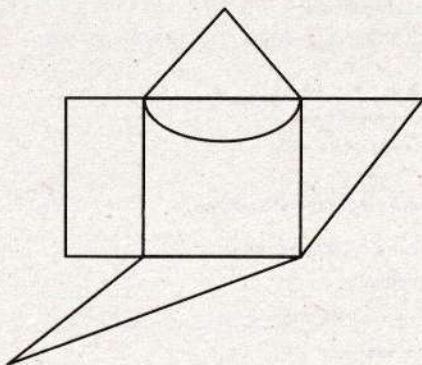
$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de formas} \\ \text{de distribuir} \end{array} \right) = \frac{3n!}{n! \times 2n!} \times \frac{2n!}{n! \times n!} \times 1$$

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de formas} \\ \text{de distribuir} \end{array} \right) = \frac{3n!}{(n!)^3}$$

Rpta.: D

Resolución 72:

Ubicando los datos en un esquema:



Como el cuadrado es una figura cerrada el número de maneras que se ordenan el triángulo equilátero, triángulo rectángulo, triángulo obtusángulo y rectángulo es de $3!$ maneras.

La semicircunferencia se puede ubicar interiormente en cualquiera de los 4 lados del cuadrado.

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{dibujar la figura} \end{array} \right) = 3! \times 4 = 24$$

Rpta.: C**Resolución 73:**

Al guardar los 10 bolos en las cajas.

- # de formas de guardar sólo 3 bolos en la caja 1: C_3^{10}
- # de formas de guardar solo 4 bolos (De los 7 que quedan) en la caja 2: C_4^7
- Como quedan 3 bolos:
de formas de guardar un bolo ya sea en la caja 3, caja 4 o caja 5: 3

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{guardar los bolos} \end{array} \right) = C_3^{10} \times C_4^7 \times 3 \times 3 \times 3 = 113400$$

↗ se guarda el 8avo bolo
 ↗ se guarda el 9no bolo
 ↗ se guarda el 10mo bolo

Rpta.: C

Resolución 74:Sea: $\bullet = 1$

En la ecuación:

$$\underbrace{X_1} + \underbrace{X_2} + \underbrace{X_3} = 9$$

$$\bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet$$

$$\bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet$$

$$\bullet + \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet$$

$$\vdots$$
para asegurar que X_1, X_2 y X_3 Sean Z^+ , sacamos: $\bullet \bullet \bullet$

quedando

$$\bullet \bullet + \bullet + \bullet \bullet \bullet = 6$$

$$\bullet + \bullet \bullet \bullet + \bullet$$

$$+ \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet$$

(permutación con repeticiones)

interesa el orden y hay elementos repetidos

$$\left(\# \text{ de soluciones} \right) = \frac{8!}{6! \times 2!} = 28$$

Rpta.: E**Resolución 75:**

Se tiene "n" impar, además

$$S = C_0^n + \underbrace{n C_1^n + C_2^n} + \underbrace{n C_3^n + C_4^n + \dots + n C_n^n}$$

$$C_1^n + (n-1)C_1^n \quad C_3^n + (n-1)C_3^n \quad C_n^n + (n-1)0^n$$

$$S = [C_0^n + C_1^n + C_2^n + C_3^n + C_4^n + \dots + C_n^n] + (n-1)[C_1^n + C_3^n + C_5^n + \dots + C_n^n]$$

$$S = 2^n + (n-1) \times [2^{n-1}]$$

$$S = 2^{n-1} [2 + (n-1)]$$

$$\therefore S = (n+1) \times 2^{n-1}$$

Rpta.: D

Resolución 76:

Sea el numerador del primer miembro:

$$E = C_0^n + 3C_1^n + 5C_2^n + 7C_3^n + \dots + (2n+1)C_n^n \dots (\alpha)$$

Reemplazando cada combinación por su complementario:

$$E = C_2^n + 3C_{n-1}^n + 5C_{n-2}^n + 7C_{n-3}^n + \dots + (2n+1)C_0^n$$

Colocándolo en orden inverso:

$$E = (2n+1)C_0^n + (2n-1)C_1^n + (2n-3)C_2^n + (2n-5)C_3^n + \dots + C_n^n \dots (\beta)$$

Sumando (α) y (β) :

$$2E = (2n+2)C_0^n + (2n+2)C_1^n + (2n+2)C_2^n + (2n+2)C_3^n + \dots + (2n+2)C_n^n$$

$$E = (n+1) \times [C_0^n + C_1^n + C_2^n + C_3^n + \dots + C_n^n]$$

$$E = (n+1) \times 2^n$$

Sea el denominador del primer miembro:

$$F = C_1^n + 2C_2^n + 3C_3^n + \dots + nC_n^n$$

$$\text{Se sabe que: } C_k^n = \frac{n}{k} C_{k-1}^{n-1} \Rightarrow K \times C_k^n = n \times C_{k-1}^{n-1}$$

Reemplazando en F:

$$F = nC_0^{n-1} + nC_1^{n-1} + nC_2^{n-1} + \dots + nC_{n-1}^{n-1}$$

$$F = n \times [C_0^{n-1} + C_1^{n-1} + C_2^{n-1} + \dots + C_{n-1}^{n-1}]$$

$$F = n \times 2^{n-1}$$

En la igualdad:

$$\frac{(n+1) \times 2^n}{n \times 2^{n-1}} = \frac{32}{15} \Rightarrow \frac{(n+1)}{n} \times 2 = \frac{32}{15}$$

$$\therefore n = 15$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 77:

Se tiene:

$$\underbrace{m + C_2^m + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}}_{C_1^m + C_2^m + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}} = C_{14}^{20}$$

$$\underbrace{C_1^m + C_2^m + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}}_{C_2^{m+1} + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}} = C_{14}^{20}$$

$$\underbrace{C_2^{m+1} + C_3^{m+1} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}}_{C_3^{m+2} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}} = C_{14}^{20}$$

$$\underbrace{C_3^{m+2} + C_4^{m+2} + C_5^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}}_{C_4^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}} = C_{14}^{20}$$

$$C_4^{m+3} + \dots + C_n^{m+n-2}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{C_n^{m+n-1}} = C_{14}^{20}$$

$$\Rightarrow m + n - 1 = 20$$

$$\therefore m + n = 21$$

Rpta.: A

Resolución 78:

Se tiene:

$$3 \binom{11}{4} + \frac{12}{5} \binom{11}{4} = \binom{n-5}{k-2} \dots (\alpha)$$

Se sabe que:

$$\bullet \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \Rightarrow \binom{11}{8} = \binom{11}{3}$$

$$\bullet \binom{n}{k} = \frac{n-k+1}{k} \times \binom{n}{k-1} \Rightarrow \binom{11}{4} = 2 \times \binom{11}{3}$$

Reemplazando en (α):

$$3 \binom{11}{3} + \frac{12}{5} \times 2 \binom{11}{3} = \binom{n-5}{k-2}$$

$$\frac{39}{5} \times \binom{11}{3} = \binom{n-5}{k-2}$$

$$\frac{39}{5} \times \frac{11 \times 10 \times 9}{1 \times 2 \times 3} = \binom{n-5}{k-2}$$

$$13 \times 11 \times 9 = \binom{n-5}{k-2}$$

Dándole forma en el primer miembro:

$$\frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{12 \times 10} = \binom{n-5}{k-2}$$

$$\frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = \binom{n-5}{k-2}$$

$$\binom{13}{5} = \binom{n-5}{k-2} \Rightarrow n = 18 \wedge k = 7$$

$$\binom{13}{8} = \binom{n-5}{k-2} \Rightarrow n = 18 \wedge k = 10$$

Luego, se pide:

$$\sum nk = 18 \times 7 + 18 \times 10$$

$$\therefore \sum nk = 306$$

Rpta.: A

Resolución 79:

Del texto:

$$C_5^m + C_6^m + C_6^m + C_7^m + C_8^{m+2} = C_{n-3}^{2n}$$

$$\underbrace{C_6^{m+1} + C_7^{m+1}} + C_8^{m+2} = C_{n-3}^{2n}$$

$$\underbrace{C_7^{m+2} + C_8^{m+2}} = C_{n-3}^{2n}$$

$$C_8^{m+3} = C_{n-3}^{2n} \Rightarrow n = 11 \wedge m = 19 \times$$

(por dato $m + n < 20$)

También:

$$C_8^{m+3} = C_{2n-(n-3)}^{2n} \Rightarrow n = 5 \wedge m = 7$$

(cumple porque $m+n < 20$)

$$\therefore m - n = 2$$

Rpta.: A

Resolución 80:

Se tiene:

$$\left[7 \binom{x}{2} \right]^{\binom{x}{3}} = 14^{112} \dots (\alpha)$$

Se sabe que:

$$\binom{n}{k} = \frac{n-k+1}{k} \times \binom{n}{k-1} \Rightarrow \binom{x}{3} = \frac{x-2}{3} \times \binom{x}{2}$$

Reemplazando en (α) :

$$\left[7 \binom{x}{2} \right]^{\frac{x-2}{3} \times \binom{x}{2}} = 14^{112}$$

Dándole forma:

$$\left[7 \binom{x}{2} \right]^{\frac{x-2}{3} \times \binom{x}{2}} = (14^2)^{2 \times 28}$$

Elevando a la 7 a ambos miembros:

$$\left[\left[7 \binom{x}{2} \right]^{\frac{x-2}{3} \times \binom{x}{2}} \right]^7 = \left[(14^2)^{2 \times 28} \right]^7$$

$$\left[7 \binom{x}{2} \right]^{7 \times \frac{x-2}{3} \times \binom{x}{2}} = \left[(196)^{196} \right]^2$$

Se observa que:

$$\bullet \frac{x-2}{3} = 2 \Rightarrow x = 8$$

$$\bullet 7 \binom{x}{2} = 196$$

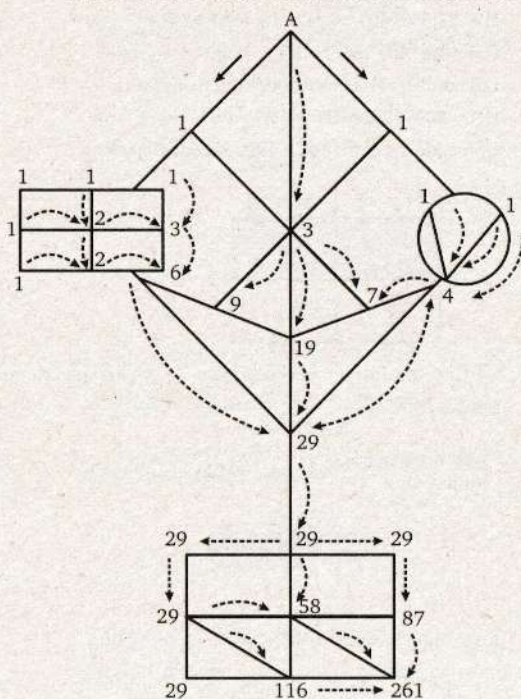
$$\binom{x}{2} = 28 \Rightarrow x = 8$$

∴ Solo hay una solución

Rpta.: B

Resolución 81:

Aplicando el principio de la adición en el esquema:



∴ De A a B se puede ir de 261 maneras diferentes.

Rpta.: A

Resolución 82:

Del texto, se tiene en total 40 personas, luego

$$H = 37,5\% (40) \Rightarrow H = 15 \wedge M = 25$$

$$C = 40\% (40) \Rightarrow C = 16 \wedge L = 24$$

Los hombres (H) que estudian ciencias (C):

$$HC = 80\% (15) \text{ ó } HC = 12$$

Ubicando los datos en un diagrama de Carrol:

H = 15		M = 25	
12	4	C = 16	
3	21	L = 24	

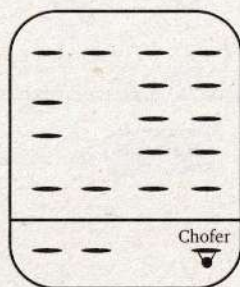
Se trata de formar una comisión de 3 personas de ciencias (del mismo género):

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras} \\ \text{diferentes} \end{array} \right) = \overbrace{C_3^{12}}^{\text{Hombres}} + \overbrace{C_3^{21}}^{\text{Mujeres}} = 224$$

Rpta.: C

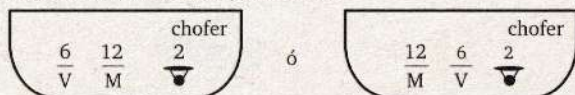
Resolución 83:

En el esquema, sea la distribución en la combi:



Se tiene 7 varones y 12 mujeres; además de las 5 personas que tienen brevete, 2 son varones y 3 son mujeres; también una pareja viaja junto al chofer.

1er caso: Si el chofer es varón, se ordenan:



los demás pasajeros se ordenan de 16! maneras

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras} \\ \text{diferentes} \end{array} \right) = \begin{array}{c} \text{Chofer} \\ \downarrow \\ (2 \times 6 \times 12) \times 2 \times 16! = 288 \times 16! \end{array}$$

2do caso: Si el chofer es mujer, se ordenan:



Los demás pasajeros se ordenan de $16!$ maneras

$$\therefore \# \text{ de maneras diferentes} = (3 \times 7 \times 11) \times 2 \times 16! = 462 \times 16!$$

Como los dos casos son mutuamente excluyentes:

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de maneras de} \\ \text{distribuirse en la combi} \end{array} \right) = 288 \times 16! + 462 \times 16! = 750 \times 16!$$

Rpta.: C

Resolución 84:

Se quiere ordenar 9 personas en el esquema.

Primero escogemos 5 personas (no interesa el orden) de las 9 personas que hay para ubicarlos en el borde superior: C_5^9

Sal ubicar las 5 personas en el borde superior interesa el orden (permutación circular).

$$(\# \text{ de maneras de ubicarse en el borde superior}) = C_5^3 \times 4!$$

Las 4 personas que quedan se ubican en el borde inferior de $3!$ maneras diferentes.

$$(\# \text{ de maneras de ordenarse las 9 personas}) = C_5^3 \times 4! \times 3! = 18144$$

$$\therefore 1 + 8 + 1 + 4 + 4 = 18$$

Rpta.: D

Resolución 85:

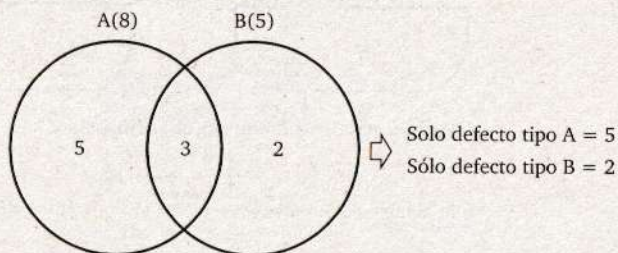
Del texto, de los 20 perros, 10 son buenos y 10 son defectuosos, de estos:

8 tienen defecto del tipo A

5 tienen defectos del tipo B

3 tienen los dos defectos

Graficando en un diagrama de Venn:



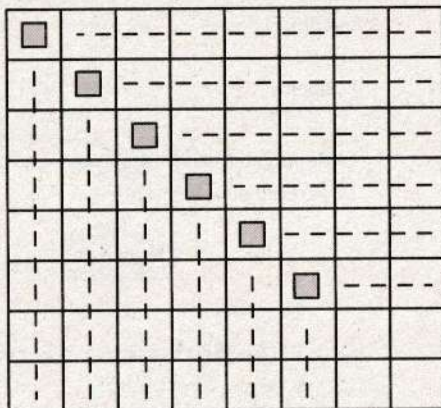
Se escogen 11 personas tal que:

- 2 tengan defectos A y B: $C_2^3 = 3$
 - 3 tengan sólo A: $C_3^5 = 10$
 - 2 defectos sólo B: $C_2^2 = 1$
 - 4 sin defectos: $C_4^{10} = 210$
- $\therefore \left(\begin{array}{c} \text{\# de maneras de} \\ \text{escoger los 11 perros} \end{array} \right) = 3 \times 10 \times 1 \times 210 = 6300$

Rpta.: A

Resolución 86:

Se sabe que una torre solo puede comer en forma vertical o horizontal. Al ubicar las 6 torres en un tablero de ajedrez, una forma sería:



Se observa que:

La 1ra torre se puede ubicar en cualquiera de los $\overline{64}$ casilleros.

La 2da torre se puede ubicar en cualquiera de los $\overline{49}$ casilleros que le quedan.

La 3ra torre se puede ubicar en cualquiera de los $\overline{36}$ casilleros que le quedan.

⋮

La 6ta torre se puede ubicar en cualquiera de los $\overline{9}$ casilleros que le quedan.

Como los eventos son simultáneos:

$$\left(\begin{array}{l} \text{\# de formas de} \\ \text{colocar las 6 torres} \end{array} \right) = 8^2 \times 7^2 \times 6^2 \times 5^2 \times 4^2 \times 3^2$$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \text{\# de formas de} \\ \text{colocar las 6 torres} \end{array} \right) = 8^2 \times 7^2 \times 6^2 \times 5^2 \times 4^2 \times 3^2 \frac{(2!)^2}{(2!)^2} = \frac{(8!)^2}{4}$$

Rpta.: D

Resolución 87:

Del texto:

- En el primer partido Perú le gana a Brasil (una posibilidad)
- Entre la "U" y Boca, la "U" nunca le gana a Boca (dos posibilidades, empatar o pierde)

Luego:

Casilleros:

1ro 2do 3ro 4to 12avo 13avo
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

$$(\# \text{ de posibilidades de resultados}) = 1 \times 2 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3 \times 3 = 2 \times 3^{11}$$

$$\therefore (\# \text{ de resultados}) = 354294$$

Rpta.: D**Resolución 88:**

Se tiene 16 equipos, se sabe que para un partido de fútbol se necesita dos equipos luego.

Luego todos contra todos en dos ruedas.

$$\therefore (\# \text{ de partidos}) = C_2^{16} \times 2 = 240 \quad \begin{array}{c} \text{ida y vuelta} \\ \nearrow \end{array}$$

Los 8 primeros juegan la liguilla para campeón y los 8 últimos de la liguilla para el descenso, ambos en una sola rueda.

$$\therefore (\# \text{ de partidos}) = C_2^8 + C_2^8 = 56$$

$$\therefore (\# \text{ de partidos en total}) = 240 + 56 = 296$$

Rpta.: C**Resolución 89:**

Sean los números de la forma: abcde

donde: $a \times b \times c \times d \times e = 24$

Analizando los casos;

a b c d e # de maneras (interesa el orden y hay elementos repetidas)

$$\begin{array}{ccccc} _ & _ & _ & _ & _ \\ 6 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

$$\begin{array}{ccccc} _ & _ & _ & _ & _ \\ 8 & 3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

$$\begin{array}{ccccc} _ & _ & _ & _ & _ \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow \frac{5!}{2!} = 60$$

$$6 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \Rightarrow \frac{5!}{2! \times 2!} = 30$$

$$6 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1 \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 20$$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de 5 cifras cuyo} \\ \text{producto de cifras es 24} \end{array} \right) = 20 + 20 + 60 + 30 + 20 = 150$$

Rpta.: B

Resolución 90:

Del enunciado se tiene que:

$$\left(\begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de varones} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{total de números de 4} \\ \text{cifras diferentes} \\ \text{del sistema quinario} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de mujeres} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{total de números} \\ \text{capicúas de 5 cifras del} \\ \text{sistema heptanario} \end{array} \right)$$

Luego:

Cifras en base 5: 0, 1, 2, 3, 4

Entonces $\overline{a \ b \ c \ d \ e}_{(5)} ; a \neq b \neq c \neq d \neq e$

toma 4 valores $\uparrow$

toma 4 valores $\uparrow$

(eliminamos un valor
que toma "a")

toma 3 valores $\uparrow$

(eliminamos 2 valores)

que toman a y b

toma 2 valores $\uparrow$

(eliminamos 3 valores

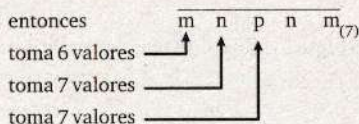
que toman a, b y c)

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ cantidad} \\ \text{de varones} \end{array} \right) = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$$

También:

Cifras en base 7 = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14



$$\Rightarrow \left(\begin{array}{c} \text{cantidad de} \\ \text{mujeres} \end{array} \right) = 6 \times 7 \times 7 = 294$$

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \text{cantidad de} \\ \text{mujeres} \end{array} \right) = \overbrace{96}^{\text{varón}} \times \overbrace{294}^{\text{mujeres}} = 28224$$

Rpta.: B

Resolución 91:

Sean los enteros no negativos:

a, b, c, d, e

Por dato:

$$\begin{array}{r} \underline{a} + \underline{b} + \underline{c} + \underline{d} + \underline{e} = 12 \\ \dots + \dots + \dots + \dots + \dots \\ \dots + \dots + \dots + \dots + \dots \\ \dots + \dots + \dots + \dots + \dots \end{array}$$

interesa el orden y hay elementos repetidos (permutación con repetición)

Se tiene $12 \cdot y \ 4 +$

$$\therefore \left(\# \text{ de maneras} \right) = \frac{16!}{12! \times 4!} = 1820$$

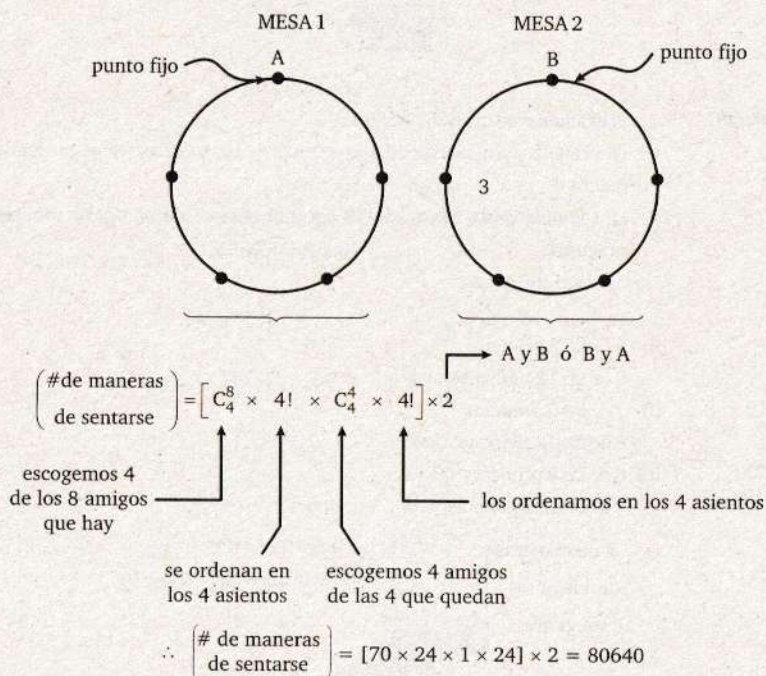
Rpta.: E

Resolución 92:

En total se tiene 10 amigos.

Sean los amigos A y B que no quieren sentarse en la misma mesa.

Haciendo una distribución en las mesas:



Rpta.: C

Resolución 93:

Se tiene:

10 libros de Aritmética (A)

8 libros de Geometría (G)

6 libros de Álgebra (X)

Se elige dos libros de diferentes asignaturas:

Casos	# de maneras
AyG	10×8
AyX	10×6
GyX	8×6

Como los eventos son mutuamente excluyentes:

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras de} \\ \text{elegir los libros} \end{array} \right) = 80 + 60 + 48 = 188$$

Rpta.: B

Resolución 94:

El examen consta de 20 preguntas

- La primera parte consta de 8 preguntas de las cuales se debe responder al menos 6
- La segunda parte consta de 12 preguntas cada alumna debe conocer 15 preguntas

Analizando los casos:

- i) 6 de las 8 primeras: C_6^8
9 de las 12 siguientes: C_9^{12}
- ii) 7 de las 8 primeras: C_7^8
8 de las 12 siguientes: C_8^{12}
- iii) 8 de las 8 primeras: C_8^8
7 de las 12 siguientes: C_7^{12}

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de elegir las} \\ \text{preguntas} \end{array} \right) = C_6^8 \times C_9^{12} + C_7^8 \times C_8^{12} + C_8^8 \times C_7^{12} = 10912$$

Rpta.: D

Resolución 95:

Expresando los conjuntos por extensión

$$A = \{x / xyz_{(a)} = mn_{(8)}\}$$

$$\bullet \frac{+v}{xyz_{(a)}} = \frac{-}{mn_8} \Rightarrow a < 8$$

Pero:

$$10_8 \leq \overline{mn}_8 < 100_8$$

$$8 \leq \overline{xyz}_{(a)} < 64 \Rightarrow a : 3, 4, 5, 6, 7$$

Por restricción; $x: 1, 2, 3$

$$\Rightarrow A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{b \in \mathbb{Z} / 3b^2 \leq 155\}$$

$$3b^2 \leq 155$$

$$b^2 \leq 51, \dots$$

$$r: |b| \leq 7, \dots$$

$$\Rightarrow B = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 7\}$$

Luego:

$$A \cup B = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 7\}$$

7 elementos positivos (+)

7 elementos negativos (-)

Se elige 5 de estos elementos y el producto resulta positivo.

Analizando casos:

$$\text{i) } (+)(+)(+)(+)(+) \quad \begin{matrix} \# \text{ de maneras} \\ C_5^7 = 21 \end{matrix}$$

$$\text{ii) } (+)(+)(+)(-)(-) \quad C_3^7 \times C_2^7 = 73$$

$$\text{iii) } (+)(-)(-)(-)(-) \quad C_1^7 \times C_4^7 = 245$$

$$\therefore \begin{pmatrix} \# \text{ de maneras} \\ \text{que el producto} \\ \text{sea positivo} \end{pmatrix} = 21 + 735 + 245 = 1001$$

Rpta.: B

Resolución 96:

Se tiene 10 varones y 9 mujeres.

Se desea formar un equipo de voley (6 personas) donde al menos se incluya a una mujer.

Aplicando el método del complemento:

$$\therefore \begin{pmatrix} \# \text{ de maneras} \\ \text{de formar el equipo} \\ \text{con al menos} \\ \text{una mujer} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \# \text{ total} \\ \text{de casos} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \# \text{ de casos} \\ \text{donde sólo hay} \\ \text{hombres} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \# \text{ de maneras} \\ \text{de formar el equipo} \\ \text{con al menos} \\ \text{una mujer} \end{pmatrix} = C_6^{19} - C_6^{10} = 26922$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución 97:

Se tiene 7 alumnos y se elige 3 de ellos para ir a los servicios higiénicos

$$C_3^7 = 35$$

Como entran de uno en uno interesa el orden de ingreso de los 3 alumnos



Al entrar al baño se cuenta sólo con 3 caños; al elegir los caños.



$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de ir al baño y} \\ \text{elegir un caño} \end{array} \right) = 35 \times 3! \times 3! = 1260$$

Rpta.: C

Resolución 98:

Se tiene "n" parejas de novios.

Sean los hombres:

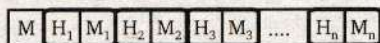
$$H_1, H_2, H_3, \dots,$$

Sean las mujeres (hermanas)

$$M_1, M_2, M_3, \dots,$$

Sea la madre: M

Encuentran $(2n+1)$ asientos juntos y se quiere que la madre no separe a ninguna pareja, un caso podría ser:



juntos (dentro se ordenan de 2 maneras cada elemento)

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de maneras} \\ \text{de sentarse} \end{array} \right) = (n+1)! \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{\text{"n" factores}} = (n+1)! \times 2^n$$

Rpta.: E

Resolución 99:

Se tiene 6 perros y 4 gatos, se quiere hacer elecciones donde por lo menos hay a uno de cada especie, luego, se tendrá.

$$\left(\begin{array}{l} \text{por lo menos} \\ \text{un perro} \end{array} \right) = C_1^6 + C_2^6 + C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6 = 2^6 - 1 = 63$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{por lo menos} \\ \text{un gato} \end{array} \right) = C_1^4 + C_2^4 + C_3^4 + C_4^4 = 2^4 - 1 = 15$$

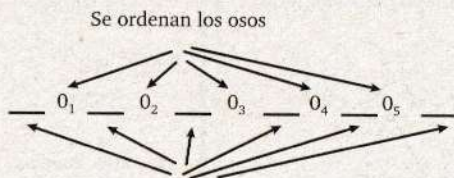
$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de elecciones diferentes} \\ \text{donde hay por lo menos} \\ \text{un perro y un gato} \end{array} \right) = 63 \times 15 = 945$$

Rpta.: B**Resolución 100:**

Se tiene 5 osos: O_1, O_2, O_3, O_4, O_5

3 perros: P_1, P_2, P_3

Se exhiben en una repisa de 8 asientos de modo que los perros no deben ubicarse juntos, un caso sería:



Los 3 perros se pueden ubicar en estos 6 espacios

(ejemplos:
 $P_1, O_1, P_2, O_2, P_3, O_3, O_4, O_5$
 $O_1, P_1, O_2, O_3, P_2, O_4, P_3, O_5$)

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ de modos de} \\ \text{ubicarse los juguetes} \end{array} \right) = 5! \times P_{(6,3)} = 5! \times 6 \times 5 \times 4 = 14400$$

Rpta.: B

PROBLEMAS PROPUESTOS

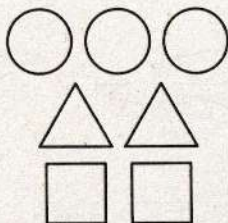
1. En un campeonato de fútbol participan 17 equipos. Los premios son medallas de oro, plata y de bronce. ¿De cuántas formas éstas pueden ser distribuidas?

A) 4913 B) 4352 C) 4080
D) 3825 E) 48

2. Se tiene sobre una mesa 9 canicas idénticas salvo el color. Si de estas 4 son de color negro, 1 verde y 1 blanca, ¿de cuántas maneras diferentes se podrá ordenar dichas canicas en fila?

A) 1880 B) 1820 C) 2400
D) 2640 E) 2520

3. ¿De cuántas otras maneras se pueden ordenar en fila, las siguientes figuras?



A) 215 B) 203 C) 218
D) 209 E) 216

4. En una pastelera hay 6 tipos distintos de pasteles. ¿De cuántas formas diferentes se puede elegir 4 pasteles?

A) 15 B) 14 C) 16
D) 12 E) 11

5. ¿De cuántas maneras diferentes se puede seleccionar un comité compuesto por 2 hombres y 3 mujeres de un grupo de 6 hombres y 5 mujeres?

A) 120 B) 200 C) 150
D) 180 E) 300

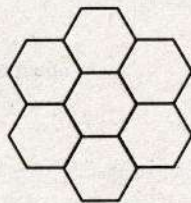
6. ¿Cuántos números de 6 cifras diferentes, cuyo último dígito es impar, existen en el sistema duodecimal?

A) 302 400 B) 302 000 C) 312 000
D) 310 400 E) 322 400

7. ¿De cuántas formas pueden sentarse 7 personas en un sofá si tiene solamente 4 asientos?

A) 24 B) 48 C) 120
D) 720 E) 840

8. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar las cifras del 3 al 9 en un tablero giratorio de la forma señalada, de modo que la cifra central sea par?



A) 120 B) 240 C) 300
D) 360 E) 400

9. Cinco automóviles diferentes se alinean para pagar un peaje. ¿Cuántos ordenamientos distintos se puede hacer con estos carros?

A) 5 B) 25 C) 60
D) 120 E) 240

10. Seis señoritas se ubican en una fila, de cuántas maneras pueden ubicarse, si dos de ellas no quieren estar juntas.

A) 480 B) 490 C) 500
D) 520 E) 540

11. Simplificar $Q = \frac{n! + (n+1)!}{(n+1)!}$

A) $n-1$ B) n^{-1} C) n^2
D) $n+1$ E) $n!$

12. Si $C_{4y-1}^{x^2-23} = C_{y+2}^{2x+2}$, calcule el mayor valor de $x + y$.

A) 12 B) 8 C) 35
D) 14 E) 16

13. Resolver la ecuación:

$$12P_x + 5P_{x-1} = P_{x+2}$$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

14. Calcule el número de formas en que se pueden sentar 4 parejas de esposos alrededor de una mesa si:

a: Hombres y mujeres alternan.

b: Cada mujer se sienta junto a su esposo

A) 576 y 6 B) 576 y 24 C) 144 y 96
D) 144 y 24 E) 576 y 96

15. Un estudiante debe contestar 5 preguntas de un examen que consta de 8 preguntas. ¿De cuántas maneras diferentes puede contestar las 5 preguntas si obligatoriamente debe contestar sólo 2 de las 3 primeras?

A) 20 B) 25 C) 28
D) 30 E) 36

16. Con relación a la palabra CARLOS, ¿cuántas palabras con las mismas 6 letras comienzan con R, y terminan con A?

A) 12 B) 18 C) 24
D) 30 E) 36

17. ¿Cuántos números de cuatro cifras existen tal que el producto de sus cifras sea 14?

A) 12 B) 15 C) 18
D) 21 E) 24

18. Diez muchachos desean jugar un partido de baloncesto. ¿De cuántas maneras se pueden formar dos equipos de cinco jugadores cada uno?

A) 128 B) 252 C) 256
D) 324 E) 442

19. Con las letras de la palabra LIBRO, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen con una vocal?

A) 12 B) 24 C) 36
D) 48 E) 60

20. Siete personas se sientan al azar alrededor de una circunferencia. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar tal que 3 personas en particular queden contiguas?

A) 144 B) 72 C) 36
D) 720 E) 120

21. Si $C_1^n + C_2^n + C_3^n + \dots + C_{n-1}^n = 30$,

entonces el valor de n es:

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

22. Determine el valor de $A = 3x + 7y$, si se cumple: $C_{y-1}^x = C_y^x$; $4C_8^x = 5C_{y-2}^x$

A) 86 B) 114 C) 120
D) 186 E) 217

23. Si T es una expresión definida por:

$$T = \frac{C_5^{18} + C_8^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}{C_8^{21} + C_{13}^{21}},$$

entonces al simplificar T se tiene:

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$
D) 1 E) $\frac{3}{2}$

24. Si $\frac{x^{x+1} \cdot (x-1)^{(x+1)!}}{(x+1)! \cdot x! \cdot (x-1)! \cdot x^{(x!)}} = \frac{3}{4096}$

calcule la suma de cifras de $x^{(x!)!}$.

A) 2 B) 1 C) 6
D) 3 E) 5

25. Si $\frac{(n+2)^3 n!}{(n+2)! + (n+1)! + n!} = 15$,

calcule el valor de $VR \frac{n}{2}$

A) 144 B) 169 C) 121
D) 256 E) 196

26. Para ir de una ciudad "A" a una ciudad "B" existen 5 caminos diferentes y para ir de una ciudad "B" a "C" existen 8 caminos diferentes.

Calcular de cuántas maneras diferentes una persona puede viajar de "A" a "C" y regresar pasando siempre por "B" tal que:

- a) Puede regresar por cualquier camino.
b) Debe regresar por una ruta diferente a la ida.

A) 1600 y 1560 B) 1500 y 1560
C) 1600 y 1650
D) 1500 y 1560 E) 1500 y 1650

27. En el cuarto año de la carrera Medicina Humana se dictan clases de Lunes a Sábado, de los cuales 4 días corresponden a Medicina Interna y 2

días a Patología Especial. ¿De cuántas formas distintas se puede elaborar el horario semanal, si se dicta un curso diario?

- A) 12 B) 24 C) 36
D) 15 E) 27

28. ¿Cuántos productos diferentes múltiplos de 5, de 3 factores se pueden formar con los números 5, 7, 11, 19, 23, 29 y 31?

- A) 20 B) 15 C) 10
D) 30 E) 18

29. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse 8 personas en una mesa circular de 5 asientos, al 3 de ellas serán en espera?

- A) 1344 B) 1790 C) 1020
D) 1980 E) 1250

30. En una reunión familiar hay 4 parejas de esposos y 5 niños. Si para comprar los víveres se desea formar un grupo conformado por 3 hombres, 1 niño y por lo menos una mujer, ¿de cuántas maneras diferentes se puede formar el grupo?

- A) 340 B) 300 C) 270
D) 410 E) 280

31. Se tiene 10 sillas de las cuales 6 están defectuosas. ¿De cuántas maneras diferentes podemos escoger 3 sillas de tal forma que entre ellas se encuentren al menos 2 defectuosas?

- A) 80 B) 90 C) 85
D) 70 E) 75

32. Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se desea formar números, de 5 cifras que comiencen en 3 o terminen en 6. Si los dígitos no se repiten, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden formar éstos números?

- A) 560 B) 480 C) 320
D) 660 E) 430

33. ¿Cuántos números existen que sean múltiplos de 5 comprendidos entre 10 y 10 000 tal que en su escritura solo se utilicen los dígitos 7, 3, 2, 0 y la cifra significativa de menor orden sea interior?

- A) 32 B) 42 C) 40
D) 36 E) 38

34. Carlos invita a almorzar a Juan, Miguel, Sonia, Iván y María. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar simétricamente los 6 amigos alrededor de una mesa circular, si Juan e Iván no pueden estar juntos?

- A) 96 B) 48 C) 18
D) 24 E) 72

35. Nueve ratones experimentales son inoculados con un cierto fármaco: 3 de ellos con el tipo A, 4 con el tipo B y 2 con el tipo C. Si los ratones son distinguibles sólo por el tipo de fármacos recibido, ¿de cuántas maneras diferentes se los podrá colocar individualmente en 9 cajas colocadas en fila?
- A) 560 B) 648 C) 72
D) 1728 E) 1260
36. a. ¿Cuántos comités de 4 personas se pueden formar con un grupo de 12 personas, de tal modo que la comisión tenga un presidente, un secretario, un tesorero y un vocal?
- b. Si sobre un mesa se encuentran 12 bolas, de las cuales 6 son blancas, 4 son negras y las restantes de color rojo. ¿De cuántas maneras diferentes se puede colocar dichas bolas en fila?
- A) 11800 y 13800 B) 11800 y 13860
C) 11800 y 13860
D) 11800 y 13800 E) 11880 y 13680
37. Al lanzar 3 dados y observar los puntajes de las caras superiores, ¿de cuántas formas diferentes se obtendrá un total de 8 puntos?
- A) 12 B) 18 C) 21
D) 24 E) 27
38. ¿De cuántas maneras pueden colocarse una torre blanca y una torre negra en un tablero de ajedrez de modo que se ataquen?
- A) 520 B) 1024 C) 896
D) 1152 E) 768
39. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 4 libros de Aritmética, 2 de Geometría y 4 de Lengua, en un estante con capacidad para 10 de estos libros, si estos solo es diferencian por la especialidad?
- A) 3150 B) 3200 C) 3010
D) 3240 E) 3250
40. ¿Cuántos números pares de cifras diferentes se forman en total con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5 y 6?
- A) 987 B) 958 C) 978
D) 975 E) 960
41. Se desea distribuir a 8 personas en dos grupos de 3 y 4 personas cada uno, de modo que cada grupo haga su fogata y sus integrantes se sienten alrededor de ellas. Calcular de cuántas formas se pueden ubicar.
- A) 3210 B) 2240 C) 2350
D) 3360 E) 3560
42. Sonia decide invitar a una cena a sus 6 amigos más cercanos; si ella sabe que dos de dichos amigos no pueden estar

juntos, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden sentar a cenar si la mesa de Sonia tiene forma circular, sabiendo además que otros dos de dichos amigos siempre se sientan juntos?

- A) 24 B) 30 C) 26
D) 12 E) 20

43. Un lote consta de 10 artículos buenos, 4 con pequeños defectos graves. Si se elige dos artículos al azar y sin sustitución, ¿de cuántas maneras diferentes se podrá elegir por lo menos un artículo bueno?

- A) 54 B) 72 C) 45
D) 60 E) 105

44. ¿Cuántos números de 3 cifras significativas existen en base 7 tal menores que $354_{(7)}$?

- A) 99 B) 100 C) 84
D) 72 E) 105

45. Carlos, lleva al cine a María y a sus 3 hermanos y encuentra 5 asientos libres en una fila. ¿De cuántas maneras diferentes podrán sentarse, si a la derecha e izquierda de Carlos está un hermano de María?

- A) 6 B) 12 C) 20
D) 24 E) 36

46. Se tiene 2 libros de medicina, 4 de historia y 3 de economía. Se desea formar un grupo de 6 libros de los cuales siempre se encuentra 2 libros de medicina, 2 de historia y 2 de economía. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden formar dichos grupos?

- A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 27

47. A una reunión social asistieron 10 varones y 8 mujeres.

* Sea P el número de saludos que se realizan entre todos los presentes.

* Sea N el número de posibles parejas distintas que se pueden formar para iniciar una baile.

Calcular $P - N$

- A) 53 B) 73 C) 153
D) 80 E) 7

48. ¿De cuántas formas diferentes se podrían sentar en un fila de 7 asientos, 4 hombres y 3 mujeres, de tal manera que las 3 mujeres siempre están juntas?

- A) 180 B) 360 C) 480
D) 720 E) 1 440

49. Un estudiante debe colocar nueve libros en la repisa de su dormitorio. Determine de cuántas maneras las puede acomodar si la condición es que tres libros específicos jamás deben

estar juntos.

- A) 332 640 B) 332 660
C) 30 240
D) 30 244 E) 332 666

50. Dos matrimonios asisten a un almuerzo con otros cuatro amigos solteros. ¿De cuántas maneras se pueden sentar alrededor de una mesa redonda, si los miembros de cada matrimonio se mantienen siempre juntos?

- A) 144 B) 360 C) 424
D) 442 E) 480

51. Empleando las siguientes cifras: 1; 2; 3; 4; 5; 6. ¿Cuántos números de uno, dos tres ó cuatro cifras se pueden formar tal que dichas cifras sean distintas y sumen 8?

- A) 4 B) 10 C) 12
D) 16 E) 18

52. Carlos y Manuel, acuden a un restaurante que un menú de 10 comidas diferentes. Si cada uno desea pedir una comida diferente a lo que pide el otro, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacerse el pedido?

- A) 45 B) 90 C) 100
D) 180 E) 200

53. ¿Cuántas palabras diferentes de 5 letras diferentes formadas por 2 vocales y 3 consonantes se pueden formar sin interesar el sentido, escogiendo de las letras de la palabra ESQUILMAR?

- A) 720 B) 120 C) 240
D) 2 400 E) 7 200

54. Del capítulo "Teoría" de conjuntos, se formular 10 proposiciones donde se tiene que indicar si son verdaderas o falsas. ¿Cuántas respuestas globales incorrectas se pueden dar, si deben responderse todas?

- A) 1024 B) 1023 C) 512
D) 1020 E) 2047

55. En una reunión hay 40 damas y 20 varones. Se desea elegir un presidente, un vicepresidente, un tesorero y un secretario. La condición es que el tesorero sea una dama y el secretario un varón y nadie puede ocupar más de un cargo. Entonces el número de maneras en que puede elegirse ese grupo directivo es igual a:

- A) 2 644 800 B) 2 844 600
C) 2 866 400
D) 3 088 400 E) 3 244 800

56. Alrededor de una mesa circular se van a sentar 6 personas, si dos de ellas deben sentarse juntas y otras dos no pueden sentarse juntas, ¿de cuántas

maneras pueden sentarse dichas personas?

- A) 120 B) 216 C) 112
D) 24 E) 180

57. En un circo se desea formar una columna compuesta por 5 bailarinas y 4 malabaristas. Un malabarista no puede ir detrás de otro. ¿De cuántas maneras puede formarse dicha columna?

- A) 39 600 B) 40 600 C) 41 400
D) 43 200 E) 45 600

58. ¿Cuántas palabras de 6 letras diferentes que terminen en A, pueden obtenerse con las letras de la palabra ROSITA, sin que se repita ninguna palabra y sin importar, si la palabra tiene sentido o no?

- A) 24 B) 48 C) 50
D) 120 E) 720

59. Se desea formar un comité universitario, de 6 miembros, contando con 7 estudiantes de ciencias y 8 de humanidades. ¿De cuántas maneras diferentes puede formarse dicho comité que incluya por lo menos a 2 estudiantes de humanidades?

- A) 5 040 B) 3 480 C) 4 380
D) 4 600 E) 4 830

60. En el plano de una ciudad las calles verticales están numeradas como 1; 2; 3; 4; que son paralelas y como A; B; C; D; las que figuran como horizontales que también son paralelas. Calcular el número de caminos con distancias mínimas que hay entre la intersección de 2 con A y 5 con D.

- A) 10 B) 15 C) 20
D) 30 E) 40

61. Una compañía requiere ascender a 3 de sus 15 empleados para los cargos de gerente de ventas, finanzas y control de calidad. ¿Cuántas opciones distintas se tienen para efectuar estos ascensos?

- A) 2610 B) 2805 C) 2780
D) 2730 E) 455

62. Los hijos de la señora María son: Carlos, José, Roger, Carmen y Néstor. Ninguno es mellizo. Si deseamos averiguar el orden en que nacieron estos hermanos, ¿Cuántas posibilidades son?

- A) 24 B) 120 C) 720
D) 5040 E) 40320

63. Ángel desea viajar de Lima a Tacna. Si por vía aérea existen dos líneas cada una con 5 salidas diarias y por vía terrestre tres líneas que salen cada 2 horas. ¿De cuántas maneras

diferentes puede realizar su viaje Ángel en 1 día?

- A) 26 B) 36 C) 46
D) 56 E) 66

64. Los artículos fabricados se clasifican como óptimos (O) o no óptimos (NO) según las normas del fabricante; se observan los artículos y se nota su condición. Este proceso continúa hasta que se produzcan dos artículos no óptimos consecutivos o se hayan verificado cuatro artículos, cualesquiera que ocurra primero. Determinar el número de elementos en el espacio muestral para este experimento.

- A) 6 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

65. Cierta juego consisten en lanzar dos dados, se gana si el resultado es: a) la suma es 7 o b) los dos dados muestran el mismo resultado: "Se lanzan dos dados si se gana terminamos el juego, si no se gana se vuelve a lanzar dos dados terminando el experimento". ¿Cuántos eventos elementales tiene el espacio de muestras (espacio de posibilidades favorables) asociado al experimento mencionado?

- A) 1 296 B) 876 C) 864
D) 888 E) 432

66. Se quiere ubicar en una fila de 10 asientos a 3 varones adultos, 4 mujeres adultas y 3 niños. ¿De cuántas formas se podrá realizar esto considerando los siguientes casos?

I. Los varones adultos siempre deben estar en los extremos.

II. Los niños y las mujeres adultas deben estar siempre juntos.

- A) 241 920; 15 380
B) 15 120; 18 280
C) 241 920; 17 280
D) 240 140; 4320
E) 483 840; 17 280

67. Ángel, Beto y Carlos llegan a una ciudad donde hay 3 hoteles. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocupar cada uno una habitación, si además desean estar en hoteles diferentes?. En el primer hotel hay 3 habitaciones libres, en el segundo hay 4 y en el último 2.

- A) 12 B) 24 C) 60
D) 120 E) 144

68. ¿De cuántas maneras se pueden introducir 4 cartas en tres buzones?

- A) 80 B) 81 C) 99
D) 135 E) 450

69. Se quiere ubicar en un estante 5 libros de Aritmética, 6 libros de Álgebra y 4 libros de Geometría. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar si los libros

de cada especialidad siempre deben estar juntos?

- A) 12 441 500 B) 12 441 600
C) 12 441 700
D) 12 441 800 E) 12 441 900

70. Un estudiante tiene que contestar 8 de 10 preguntas en un examen.

I. Si las tres primeras son obligatorias.

¿De cuántas maneras puede escoger las preguntas?

II. Si tienen que responder sólo 4 de las 5 primeras.

¿De cuántas formas puede hacerlo? Dar como respuesta la suma de los resultados obtenidos.

- A) 39 B) 42 C) 44
D) 46 E) 96

71. De las 10 personas que asistieron a una asamblea. ¿De cuántas formas se pudo formar una comisión, si ésta debe estar formado al menos por 4 personas y lo más por 7 personas?

- A) 788 B) 789 C) 790
D) 791 E) 792

72. En un campeonato de fútbol hay equipos y juegan todos contra todos, pero luego, se inscribieron 5 equipos más y el total de partidos a jugar aumentó en $133,3\%$ con respecto al total de partidos del inicio. Hallar la suma de las cifras de x .

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

73. Jenny tiene 12 amigos y para organizar una cena decide invitar a 8 ó 7 de ellos. Pero, entre los invitados, Pedro, José y Carlos no pueden estar a la vez en la misma cena, ni siquiera 2 de ellos. Calcule de cuántas maneras en total se les podrá invitar.

- A) 305 B) 375 C) 510
D) 405 E) 618

74. En una urna hay 9 fichas numeradas del 1 al 9. Si de esta urna se extraen cuatro fichas a la vez, de todas las sumas posibles que se pueden obtener de la extracción. ¿Cuántas tendrían un valor no menor a 14?

- A) 118 B) 119 C) 120
D) 121 E) 122

75. Leonel y sus amigos no saben si jugar hoy fútbol (5 jugadores) o jugar fútbol (6 jugadores), ellos son en total 8 y tienen que decidir, cuántos equipos o de fútbol o fútbol podrá formarse, si se sabe que Leonel es la estrella y no puede faltar en la elección.

- A) 28 B) 35 C) 56
D) 63 E) 84

76. Se quiere tomar una foto a 8 personas. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá realizar, si cinco deben estar sentadas y a la espalda de cada una de ellas deben estar de pie las restantes?

- A) 63 010 B) 40 320 C) 25 200
D) 26 010 E) 14 400

77. En una reunión hay 8 personas, estas se ubican alrededor de un fogata. Si entre ellos se encuentran Marcos, Sofia y César. ¿de cuántas maneras pueden ubicarse, de modo que Marcos y Sofia se sienten juntos o César y Sofia se sienten juntos?

A) 2400 B) 2640 C) 2880
D) 2800 E) 2160

78. Hallar la suma de las cifras de n^2 si

$$(2n+1)! = 8(n!)^2 \binom{2n+1}{n}$$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

79. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$

II. $\binom{n}{k} = \frac{n+1-k}{n+1} \binom{n+1}{k}$

III. $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k}$

A) FFV B) FFF C) FVF
D) VVV E) VVF

80. Si:

$$\binom{n}{0} + 2 \binom{n}{1} + 3 \binom{n}{2} + \dots + (n+1) \binom{n}{n} = 6144$$

Hallar la suma de las cifras de S.

$$S = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} 3^k$$

A) 30 B) 31 C) 32
D) 3 E) 34

81. Dada la expresión:

$$C_{x+1}^{n+1} + C_k^n + \frac{n-k+2}{n+1} C_{k-1}^{n+1} = C_{17}^{25}$$

Calcule la suma de los valores que puede tomar $(n+k)$

A) 39 B) 53 C) 60
D) 69 E) 70

82. Sean los conjuntos

$$V = \{A, E, I, O, U\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Se desea elaborar placas (para autos) de la forma V1; V2; b1; b2; b3; b4; donde $V_k \in V$; $b_j \in B$, de manera que no existan símbolos repetidos. Entonces el número total de placas diferentes será.

A) 480 B) 1321 C) 7200
D) 32 250 E) 32 400

83. Un sistema para hacer señales consiste en una figura cuadrada con tres focos de distinto color (rojo, verde, blanco), en cada vértice. ¿Cuántas señales se pueden hacer, si en cada vértice sólo pueden estar prendido un foco y además pueden prenderse a lo más dos focos?

A) 120 B) 108 C) 66
D) 242 E) 178

84. Seis varones y dos mujeres desean viajar en 4 motos diferentes (dos por moto). Si de ellos 4 varones y las mujeres saben conducir una moto. ¿De cuántas maneras diferentes pueden viajar?. Considere que cuando maneja una mujer ningún varón la quiere acompañar.

A) 1 728 B) 1 296 C) 1 560
D) 1 960 E) 1 456

85. Una pareja de esposos y sus 4 hijos desean ir al cine y luego pasear en bote.

Sea M el número de maneras diferentes en que pueden ubicarse en el cine en una fila de 8 personas de tal manera que los esposos siempre estén juntos y los hijos también se sienten juntos.

Sea N el número de maneras posibles en que puede distribuirse y ubicarse en dos botes de color azul y verde (respectivamente) que tienen 3 asientos para pasajeros cada uno de tal manera que los esposos siempre estén juntos.

Calcule $M + N$

A) 798 B) 576 C) 675
D) 525 E) 768

86. ¿Cuántos numerales de 10 cifras existen tales que la suma de sus cifras sea igual a 3?

A) 50 B) 45 C) 54
D) 55 E) 48

87. Se tienen 8 vasos descartables de un mismo tipo; 5 de los cuales se deben llevar con vino Tacama y los 3 restantes con refresco de chicha morada. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar linealmente los vasos llenos, si dos vasos conteniendo vino y chicha tienen que estar siempre juntos?

A) 2200 B) 2100 C) 210
D) 1800 E) 1000

88. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 11 personas en una mesa redonda de 6 asientos, si 3 están en espera?

A) 66 5280 B) 5300040
C) 65 6280
D) 52 32240 E) 665820

89. De un grupo de 9 personas se quiere escoger un grupo de 7 personas para abordar un bote de 6 remos y con un timón. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar, sabiendo que de las 9 personas sólo 3 pueden llevar el timón?

A) 60480 B) 64800 C) 64080
D) 68400 E) 64080

90. Si la ecuación:

$$x + y + z + w = 23$$

La resolvámos en $\mathbb{Z}^+$, al cardinal de su conjunto solución sería:

A) 1300 B) 1 480 C) 1 500
D) 1 520 E) 1 540

91. Se tiene “n” vasos diferentes, de ellos 6 deben ser llenados con limonada y los restantes con chicha, logrando obtenerse 28 formas de servido diferentes. ¿De cuántas maneras distintas se podría realizar el llenado si hubiera un vaso más y el servido sea 6 con limonada y 1 con gaseosa y el resto con chicha?

A) 240 B) 250 C) 252
D) 260 E) 272

92. Si $\frac{C_{r-1}^{n+1} + 3C_{r-2}^{n+1} + 3C_{r-3}^{n+1} + C_{r-4}^{n+1}}{C_{r-2}^{n+1} + 2C_{r-3}^{n+1} + C_{r-4}^{n+1}} = \frac{38-r}{r-1}$
Determine $(n+r)$

A) 33 B) 34 C) 35
D) 36 E) 37

93. Hallar:

$$x = C_0^n + 5C_1^n + \dots + 5^{n-1}C_{n-1}^n + 5^n C_n^n$$

Hallar la diferencia de la mayor cifra con la menor cifra de $4\sqrt[n]{x}$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

94. ¿De cuántas formas se puede ordenar las letras de la palabra PASAMANO sin que haya dos A seguidas?

A) 120 B) 20 C) 240
D) 1200 E) 2400

95. Dos parejas de esposos ingresan a una dulcería donde se ofrecen 7 clases de dulces. Si luego de comprar cada persona un dulce, se ubican en una

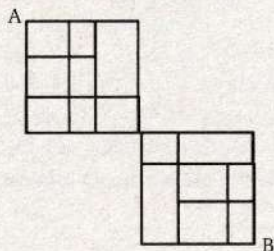
banca de 4 asientos. ¿De cuántas maneras se podrán formar fotos distintas (teniendo en cuenta la posición y el dulce que consumen), si los esposos van juntos?

A) 280 B) 560 C) 720
D) 1 420 E) 19 208

96. Unos jóvenes salieron de campamento, y para facilitar el recorrido formaron grupos de tres. A la hora del almuerzo decidieron sentarse en círculo de tal forma que los miembros de cada grupo permanecieran juntos, así notaron que había 186, 624 formas diferentes de hacerlo. Si se quisiera elegir un presidente y un tesoro de dos grupos distintos; ¿de cuántas maneras diferentes podría hacerse?

A) 120 B) 150 C) 160
D) 180 E) 200

97. El siguiente esquema muestra los caminos diferentes que existen desde la ciudad A hasta la ciudad B. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá ir de A hasta B sin retroceder?

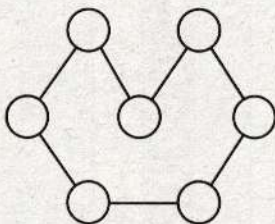


A) 323 B) 224 C) 238
D) 255 E) 408

98. Se tiene que m rectas paralelas son intersectadas por n rectas paralelas, formando así 2970, paralelogramos. Calcule cuántos triángulos se podrán formar con $(m+n)$ puntos no colineales.

A) 1450 B) 1540 C) 1500
D) 3600 E) 3080

99. De los diez primeros números naturales, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden colocar 7 números en la figura, donde haya por lo menos 2 pares?



A) $(5!)^2 \times 6$ B) $5! \times 6$
C) $5! \times 6^2$
D) $6! \times 5!$ E) $6!$

100. A una fábrica de metales le proponen elaborar placas para autos con las siguientes condiciones:

- * Deben empezar con 2 letras diferentes, las cuales pueden ser o ambas vocales o ambas consonantes (hay sólo 10 consonantes a utilizar).
- * Debe continuar un número con 4 dígitos con cero. Si dicha placa empieza en vocal debe terminar con dígito impar y en otro caso terminará en dígito par.

¿Cuántas placas tendrá que confeccionar dicha fábrica?

Nota: considere el cero como par

A) 124 740 B) 251 440 C) 198 462
D) 141 232 E) 249 480



CLAVES

1	C
2	E
3	D
4	A
5	C
6	A
7	E
8	D
9	D
10	A
11	B
12	A
13	A
14	E
15	D
16	C
17	A
18	B
19	D
20	A
21	C
22	B
23	B
24	C
25	B

26	A
27	D
28	B
29	A
30	B
31	A
32	D
33	B
34	E
35	E
36	B
37	C
38	C
39	A
40	C
41	B
42	E
43	E
44	A
45	E
46	C
47	B
48	B
49	A
50	E

51	D
52	B
53	E
54	B
55	A
56	D
57	D
58	D
59	E
60	C
61	D
62	B
63	C
64	E
65	B
66	C
67	E
68	B
69	B
70	D
71	E
72	A
73	D
74	B
75	C

76	B
77	E
78	D
79	E
80	A
81	D
82	C
83	A
84	A
85	E
86	D
87	C
88	A
89	C
90	E
91	C
92	B
93	B
94	E
95	E
96	D
97	C
98	B
99	A
100	B

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNI - UNMSM

UNI - 2013 - I

PROBLEMA 01:Sea $S_n(x) = x + x_2 + \dots + x^n$, $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ Determine el valor de $S_n\left(\frac{3}{2}\right) - S_n\left(\frac{1}{2}\right)$

- A) $3\left(\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^n + 4$ B) $3\left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ C) $3\left(\frac{3}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n + 4$
 D) $3\left(\frac{3}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ E) $3\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{3}{2}\right)^n + 4$

Resolución:

$$S_{n(x)} = x \left(\frac{x^n - 1}{x - 1} \right)$$

Entonces

$$\begin{aligned}
 S_n\left(\frac{3}{2}\right) - S_n\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{3}{2} \left[\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1}{\left(\frac{3}{2}\right) - 1} \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1} \right] \\
 &= 3\left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n - 4
 \end{aligned}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 02: Sean f, g y h funciones reales de variable real.

Dadas las siguientes proposiciones:

I. $h_o(f+g) = h_o f + h_o g$

II. Si $\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g) = \mathbb{R}$, entonces $\text{Dom}(f_o g) = \mathbb{R}$

III. $(f_o g)_o h = f_o(g_o h)$

Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F)

A) VVV

B) VFV

C) FVV

D) FVF

E) FFF

Resolución:

I. La función compuesta no verifica la propiedad distributiva (F)

II. $\text{Dom } f_o g: x \in Dg \wedge g(x) \in Df$ (F)

$$R \cap R = R$$

III. $(f_o g)_o h = f_o(g_o h)$ La función compuesta verifica la propiedad asociativa (V)

Rpta.: C

PROBLEMA 03: Un número de cuatro cifras en base 7 se representa en base decimal por 49d. Calcule el valor máximo de la suma de las cifras de dicho número.

A) 10

B) 11

C) 12

D) 13

E) 14

Resolución:Sea el número: $\overline{xyzw}_{(7)}$

Dato:

$$\overbrace{xyzw}_{(7)} = \overbrace{49d}_{(7)}$$

$$\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{w} = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{d}$$

$$\overset{\circ}{w} = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{d}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ (\max) & 6 \end{array} \quad 6$$

Luego: $\overline{xyz6}_{(7)} = 496$

$$\downarrow$$

$$\overline{xyz6}_{(7)} = 1306_{(7)}$$

$$\text{piden: } x + y + z + w = 1 + 3 + 0 + 6$$

$$= 10$$

Rpta.: A**PROBLEMA 04:**Sean $n, m \in \mathbb{Z}$ tal que $n + m$ y $n - m$ son los menores cuadrados perfectos distintos.Si $n = 2m + 1$, calcule el valor de $3m - n$

A) -1

B) 0

C) 1

D) 4

E) 7

Resolución:

$$n, m \in \mathbb{Z} /$$

$$\begin{array}{rcl} n + m & = & k^2 \\ n - m & = & r^2 \\ \hline 2n & = & k^2 + r^2 \end{array} \quad (+)$$

$$n = \frac{k^2 + r^2}{2} \wedge m = \frac{k^2 - r^2}{2}$$

$$\text{como: } n = 2m + 1$$

$$\frac{k^2 + r^2}{2} = k^2 - r^2 + 1$$

$$3r^2 = k^2 + 2$$

Esto se cumple si y solo si

$$k = 3 \pm 1$$

Los menores valores que cumplen esta relación

$$(k, r) = \{(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1), (5, 3), (5, -3), \dots\}$$

$$(n, m) = \{(1, 0), (17, 8), \dots\}$$

$$\text{Como } k^2 \neq r^2 \wedge n = 2m + 1$$

$$\Rightarrow (n, m) = (17, 8)$$

$$3m - n = 3(8) - 17 = 7$$

Rpta.: E

PROBLEMA 05:

Jorge decide montar un gimnasio y utiliza 5000 nuevos soles para comprar 40 aparatos entre bicicletas, colchonetas y maquinas de remo. Si los precios unitarios son 150, 80, 300 nuevos soles respectivamente. ¿Cuántos aparatos entre bicicletas y máquinas de remo compra?

A) 15

B) 16

C) 20

D) 24

E) 25

Resolución:

Cantidad de bicicletas: B

Cantidad de colchonetas: C

Cantidad de máquinas de remo: M

Del dato:

$$\begin{array}{rcl}
 & B + C + M = 40 & \\
 \times 80 & \left(\begin{array}{l} 150B + 80C + 300M = 5000 \\ 80B + 80C + 80M = 3200 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \\ (-) \end{array} \\
 \hline
 & 70B + 0 + 220M = 1800 &
 \end{array}$$

Luego:

$$7B + 22M = 180$$

$$M = 7 + 5$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ \boxed{10} \quad \boxed{5} \quad \checkmark \\ -12 \quad 12 \quad \times \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Piden: } B + M &= 10 + 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

Rpta.: A**PROBLEMA 06:**

Se tienen las siguientes afirmaciones:

- I. Dos enteros no nulos a y b son primos entre sí, si y solo si existen enteros m y n tal que $ma + nb = 1$.
- II. Sean a y b dos enteros positivos, entonces a y $(ab + 1)$ son primos entre sí.
- III. Si a y b son primos entre sí, entonces ab y $(a^n + b^m)$ son primos entre sí, donde m y n son enteros positivos.

¿Cual de las alternativas es la correcta?

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo I y II

E) I, II y III

Resolución:

I. $\{a, b\} \subset \mathbb{Z} - \{0\}$

$$\{a, b\} \text{ son PE.SI} \Leftrightarrow \text{MCD}(a, b) = 1$$

Como el MCD de dos enteros se puede expresar como una combinación lineal de dichos números entonces.

$$ma + nb = 1, \text{ con } m \wedge n \in \mathbb{Z} \quad (V)$$

II. $\{a, b\} \subset \mathbb{Z}^{(+)}$, entonces a y $(ab + 1)$ son PE.SI verdadero ya que MCD

$$(a, ab + 1) = 1 \quad (V)$$

III. Si a y b son PE.SI $\Rightarrow ab$ y $(a^n + b^m)$ son PE.SI (V)

Rpta.: E

PROBLEMA 07: Halle la suma de los siguientes números:

$$n_1 = 1,3125, n_2 = \frac{21}{16}, n_3 = 1,3\overline{6}$$

$$n_4 = 1 + \frac{3}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{5}{10^4}$$

A) $\frac{322}{111}$

B) $\frac{647}{113}$

C) $\frac{787}{147}$

D) $\frac{933}{176}$

E) $\frac{987}{181}$

Resolución:

La función

$$\begin{aligned}
 \bullet n_1 &= 1,3125 = 1 + \frac{3125}{10000} = 1 + \frac{5}{16} &= \frac{21}{16} \\
 \bullet n_2 &= &= \frac{21}{16} \\
 \bullet n_3 &= 1,3\overline{6} = 1 + \frac{36}{99} = 1 + \frac{4}{11} &= \frac{15}{11} \\
 \bullet n_4 &= 1 + \frac{3}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{5}{10^4} = 1 + \frac{3125}{10000} = \frac{21}{16} \\
 n_1 + n_2 + n_3 + n_4 &= \frac{21}{16} + \frac{21}{16} + \frac{21}{11} + \frac{15}{11} \\
 &= \frac{63}{16} + \frac{15}{11} \\
 &= \frac{933}{176}
 \end{aligned}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 08: Si N y M son dos números enteros de tres cifras de manera que el primero más sus dos quintas partes es un cubo perfecto, al segundo se le suma su mitad para formar un cuadrado perfecto y además $M + N < 500$. Entonces el mayor valor de $M + N$ es

A) 315

B) 361

C) 395

D) 461

E) 495

Resolución:

Dato:

$$N + \frac{2}{5}N = k^2$$

$$\frac{7N}{5} = k^2$$

$$\therefore N = 5 \cdot 7^2 \cdot a^3$$

$$N = 245 \cdot a^3$$

$$\downarrow$$

1

$$N = 245$$

$$M + \frac{M}{2} = q^2$$

$$\frac{3M}{2} = q^2$$

$$\therefore M = 2 \cdot 3b^2$$

$$M = 6b^2$$

Ademas:

$$N + M < 500$$

$$245 + 6b^2 < 500$$

$$6b^2 < 255$$

$$b^2 < 42,5$$

$$\downarrow$$

6

$$M = 6(6)^2 = 216$$

Piden:

$$\begin{aligned} M + N &= 216 + 245 \\ &= 461 \end{aligned}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 09: Un producto se vende al mismo precio en dos tiendas.

- a) En la tienda X, se hacen descuentos sucesivos, primero del 15% luego del 15% y finalmente del 20%.
- b) En la tienda Y se hacen descuentos sucesivos del 10% y luego del 40%.

El dueño desea vender el producto en ambas tiendas al mayor precio.

Determine la tienda en la que se debe incrementar el precio y en cuanto.

A) X, 7,03 %

B) X, 7,04%

C) Y, 7,03%

D) Y, 7,04 %

E) Y, 7,40 %

Resolución:

Tienda "x"

$$\begin{array}{rcl} & -15\% & -15\% & -20\% \\ \text{Queda} & = \frac{85}{100} \cdot \frac{85}{100} & & 80\% \\ & = 57,8\% & & \end{array}$$

Tienda "y"

$$\begin{array}{rcl} & -10\% & -40\% \\ \text{Queda} & = \frac{90}{100} \cdot 60\% & \\ & = 54\% & \end{array}$$

La tienda "y" debe incrementar el precio.

$$54\% \times (100 + a)\% = 57,8\%$$

$$a = 7,037\%$$

La respuesta mas próxima: 7,04%

* El mayor precio de venta es el de la tienda "x"

Rpta.: D

PROBLEMA 10: En un experimento se obtuvieron n datos $a_1, a_2, \dots, a_n$. Una persona calcula el promedio M_1 sobre los n datos obtenidos, una segunda persona observa que en el caso anterior olvidaron sumar el dato a_i y vuelve a calcular el promedio M_2 sobre los datos obtenidos; pero una tercera persona nota que esta segunda persona olvidó sumar en esta ocasión el dato a_k ; si además se sabe que $a_i + a_k = N$. Determine el verdadero promedio.

A) $\frac{n(M_1 - M_2) + N}{2n}$

B) $\frac{n(M_2 - M_1) + N}{2n}$

C) $\frac{n(M_1 + M_2) - N}{2n}$

D) $\frac{n(M_1 - M_2) - N}{2n}$

E) $\frac{n(M_1 + M_2) + N}{2n}$

Resolución:

Sea: $a_1 + a_2 + \dots + a_n = A$

- Luego el promedio correcto será: $\frac{A}{n}$

De los datos:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{A - a_i}{n} &= M_1 \\ \bullet \quad \frac{A - a_k}{n} &= M_2 \end{aligned} \quad (+)$$

$$\frac{2A - (a_i + a_k)}{n} = M_1 + M_2$$

$$\frac{2A - N}{n} = M_1 + M_2$$

$$A = \frac{n(M_1 + M_2) + N}{2}$$

$$\frac{A}{n} = \frac{n(M_1 + M_2) + N}{2n}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 11: Sea la sucesión (a_k) , donde

$$a_k = k \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

Entonces podemos afirmar que:

A) (a_k) converge a 1

B) (a_k) converge a $\ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$

C) (a_k) converge a $\ln 2$

D) (a_k) converge a 0

E) (a_k) no converge

Resolución:

$$a_k = k \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[k \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right]$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)^k \right]$$

$$= \ln[e]$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 1 \rightarrow \{a_k\}, \text{ converge a } 1$$

$$k \rightarrow \infty$$

Rpta.: E

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

PROBLEMA 12: Un juego de azar (tipo lotería) consiste en elegir 5 números diferentes de los primeros 30 números naturales. Cada persona que participa en este juego compra 26 jugadas diferentes. Calcule la cantidad mínima de jugadores que se necesita para ganar el juego.

A) 2 349

B) 3915

C) 5481

D) 6264

E) 7047

Resolución:

{1, 2, 3,, 30}

E: "Cada persona elige 5 números diferentes"

Como no interesa el orden, sino el grupo de 5 números distintos, por ejemplo {1, 3, 5, 7, 9} o {2, 4, 10, 20, 25} etc, esto se puede hacer de:

$$C_5^{30} = \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \text{ maneras,}$$

y como cada persona hace 26 jugadas, el número mínimo de personas para asegurar el triunfo es:

$$\frac{C_5^{30}}{26} = 5481$$

Rpta.: C

PROBLEMA 13: Determine la cantidad de números de cuatro cifras en base 8, que contienen al número tres.

A) 1520

B) 1522

C) 1524

D) 1526

E) 1528

Resolución:

Total de números de 4 cifras

de la base 8

a	b	c	d ₍₈₎
1	0	0	0
2	1	1	1
2	2	2	2
⋮	⋮	⋮	⋮
7	7	7	7
$7 \times 8 \times 8 \times 8$			
3584			

No contienen la cifra 3

a	b	c	d ₍₈₎
1	0	0	0
2	1	1	1
2	2	2	2
⋮	⋮	⋮	⋮
7	7	7	7
$6 \times 7 \times 7 \times 7$			
3584			

Si contienen la cifra 3 = 3584 - 2058

Rpta.: D**PROBLEMA 14:**

Al multiplicar un número A de cuatro cifras por 999 se obtiene un número que termina en 5352. Calcule la suma de las cifras del número A.

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 22

Resolución:Sea: $A = \overline{abcd}$

Se cumple que:

$$\overline{abcd} \times 999 = \dots\dots\dots 5352$$

$$\overline{abcd} (1000 - 1) = \dots\dots\dots 5352$$

$$\overline{abcd}1000 - \overline{abcd} = \dots\dots\dots 5352$$

Luego:

$$\begin{array}{r}
 \overline{abcd000} - \\
 \quad \overline{abcd} \\
 \hline
 \dots 5352
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a = 2 \\
 b = 6 \\
 c = 4 \\
 d = 8
 \end{array}$$

$$A = 2648$$

Rpta.: C

PROBLEMA 15: Considere el mayor de los números N cuya descomposición en sus factores primos de una cifra es $2^a \cdot 5^3 \cdot m^u \cdot 3^r$, sabiendo que cuando se divide por 40 se obtiene otro número de 54 divisores y además $a + u + r < 9$. Calcule la suma de sus cifras.

A) 9

B) 10

C) 12

D) 15

E) 18

Resolución:

$$N = 2^a \times 5^3 \times m^u \times 3^r \quad \dots, (DC)$$

↓
⑦

$$\frac{N}{40} = 2^{a-3} \times 5^2 \times 7^u \times 3^r \quad \dots, (DC)$$

Cantidad de divisores

$$(a-2)(2+1)(u+1)(r+1) = 54$$

$$(a-2)(u+1)(r+1) = 18$$

	a	u	r
$2 \times 3 \times 3$	4	2	2
$3 \times 2 \times 3$	5	1	2
$3 \times 3 \times 2$	5	2	1
$\Rightarrow 1 \times 3 \times 6$	3	2	5
$1 \times 6 \times 3$	3	5	2
$1 \times 9 \times 2$	3	8	1
$1 \times 2 \times 9$	3	1	8

$$a + u + r < 9$$

Elegimos:

$$(a, u, r) = (4, 2, 2)$$

Para que el # sea máximo:

$$N = 2^4 \times 5^3 \times 7^2 \times 3^2 = 882\,000$$

$$\therefore \sum \text{cifras}(N) = 8 + 8 + 2 = 18$$

Rpta.: E

PROBLEMA 16: Consideremos la expresión:

$$E = 0,3\hat{a} + 0,33\hat{a} + 0,333\hat{a}$$

Determine el valor de a de manera que E esta lo mas próximo posible a 1,0740.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 6

E) 9

Resolución:

$$E = 0,3\hat{a} + 0,33\hat{a} + 0,333\hat{a}$$

$$E = \frac{3a-3}{90} + \frac{33a-33}{900} + \frac{333a-333}{9000}$$

$$E = \frac{27+a}{90} + \frac{297+a}{900} + \frac{2997+a}{9000}$$

$$E = \frac{8667+111a}{9000}$$

"E" es lo mas próximo a 1,074

$$E \leq 1,074 \quad \vee \quad E \geq 1,074$$

$$a \leq 9 \quad \vee \quad a \geq 9$$

$$\therefore a = 9$$

Rpta.: E**PROBLEMA 17:** Sean: $a_1, a_2, \dots, a_n \in \langle 0, \infty \rangle$ cualesquiera $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ arbitrario y $M_A(n)$, $M_G(n)$ y $M_H(n)$ su media aritmética, media geometría y media armónica respectivamente.

Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), en el orden dado:

$$I. M_G(n) = \sqrt[n]{M_A(n)M_H(n)}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$$

$$II. M_A(n)M_H(n) = a_1 a_2 \dots a_n, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$$

$$III. M_A(2) - M_G(2) = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4(M_A(2) + M_G(2))}$$

A) VVV

B) VFF

C) FVF

D) FFV

E) FFF

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in <0, \infty>$$

$$n \in \{2, 3, 4, 5, \dots\} = \mathbb{N} - \{1\}$$

$M_A(n)$ = Media aritmética de n números

$M_G(n)$ = Media geometría de n números

$M_H(n)$ = Media armónica de n números

I. $M_G(n) = \sqrt[n]{M_A(n)M_H(n)}, \forall n \in \mathbb{N} / \{1\}$

Falso, solo se cumple para dos números ($n=2$)

II. $M_A(n)M_H(n) = a_1 a_2 \dots a_n, \forall n \in \mathbb{N} / \{1\}$

Falso, solo se cumple para dos números ($n=2$) o cuando los números son iguales.

III. $M_A(2) - M_G(2) = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4(M_A(2) + M_G(2))}$

Falso, debió ser:

Rpta.: E

PROBLEMA 18:

Un lector, por accidente, arranca algunas hojas de su libro, por este motivo no quedan en el libro las paginas: 30, 47, 48, 54, 56, 121, 122, 198 y 199. Si el libro tenía 100 hojas, ¿cuántas hojas de quedan ahora?

A) 93

B) 94

C) 92

D) 7

E) 91

Resolución:

Es tácito que la numeración en todo libro empiece por la página número uno. Al arrancar las páginas.

30, 47, 48, 54, 56, 121, 122, 198 y 199, las hojas arrancadas serán: $(29 - 30)(47 - 48), (53 - 54), (55 - 56), (121 - 122) = 7$ hojas

$\therefore$ Las hojas que quedan son: $100 - 7 = 93$

Rpta.: A

PROBLEMA 19: Cinco mujeres, al ser interrogadas por un delito que cometió una de ellas, manifestaron lo siguiente:

- . Bertha: fue Elsa
- . Ana: fue Bertha
- . Elsa: Bertha miente
- . María: yo no fui

Si solo una de ellas dice la verdad, ¿quién cometió el delito?

- A) Bertha B) Ana C) Elsa
D) María E) Karla

Resolución:

Suponiendo que María cometió el delito se deduce que:

Bertha	Ana	Elsa	María	Karla
F	F	V	F	F

∴ El delito lo cometió María.

Rpta.: D

PROBLEMA 20: Si a, b, c, d, e, f, g representan números diferentes y pertenecen al conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 7, 8, 9},

tal que $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$. Si efg es el mayor resultado que se puede obtener en la

operación, halle la suma de los dígitos que no se usaron en la operación.

- A) 8 B) 7 C) 9
D) 6 E) 5

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 14

Resolución:

Reconstruyendo adecuadamente tenemos:

$$\begin{array}{rcccccc}
 & a & 9 & b & 2 & + \\
 \hline
 & c & 8 & d & 4 & \\
 e & 1 & f & 7 & g & 6
 \end{array}$$

No se usó: 0, 3 y 5

$$\therefore 0 + 3 + 5 = 8$$

Rpta.: A**PROBLEMA 21:**

Se tiene un terreno rectangular cuyas dimensiones de largo y ancho están en relación de 2 a 1 y su perímetro mide 54m. Para cercar con mallas este terreno, se colocan postes (verticalmente) a lo largo del perímetro a una distancia de 90 cm uno del otro. ¿Cuántos postes son necesarios para cercar el terreno?

A) 56

B) 59

C) 60

D) 58

E) 62

Resolución:

Para colocar postes equidistantes alrededor de una figura geométrica solo se halla la relación entre el perímetro y la distancia entre 2 postes consecutivos = 54 m = 5400 cm distancia entre 2 postes consecutivos = 90 cm

$$N^{\circ} \text{ postes} = \frac{5400}{90} = 60$$

Rpta.: C

PROBLEMA 22: Sea N el mayor número entero con cifras diferentes, ninguna de ellas cero y es múltiplo de 36. ¿Cuál es la cifra de decenas de N ?

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 5

Resolución:

Según el problema: $N = 36 \leftrightarrow N = 4^{\circ} \wedge N = 9^{\circ}$ para que N sea el mayor número entero con cifras diferentes pero no cero (1, 2, ..., 9) debemos utilizar todas las cifras de mayor a menor. Como todas las cifras del 1 al 9 suman 45, entonces $N = 9^{\circ}$, pero como también debe ser 4° , sus dos últimas cifras deben ser el menor 4 posible. Luego el número que cumple la condición es:

$$N = 987654312 = 36$$

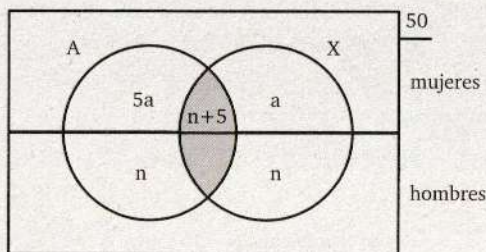
$\therefore$ Cifra de decenas = 1

Rpta.: D

PROBLEMA 23: De un grupo de 50 estudiantes que aprobaron el curso de Aritmética o el curso de Álgebra, se sabe que el número de mujeres que aprobaron solo Álgebra, se sabe que el número de mujeres que aprobaron solo Álgebra es la quinta parte del número de mujeres que aprobaron sólo Aritmética. El número de estudiantes que aprobaron Aritmética y Álgebra excede en 5 al número de estudiantes hombres que aprobaron solo Aritmética y este último es igual al número de estudiantes hombres que aprobaron solo Álgebra. ¿Cuál es la mínima cantidad de estudiantes que aprobaron solo Álgebra?

- A) 6 B) 7 C) 5
D) 9 E) 8

Resolución:



Del grafico:

$$5a + n + 5 + a + n + n = 50$$

$$6a + 3n = 45$$

$$2a + n = 15 \quad \dots I$$

Como piden solo álgebra

$(a + n)$: mínimo

$$\text{De } I: a = 7 \wedge n = 1$$

$$a + n = 8$$

Rpta.: E

PROBLEMA 24: Por 12 horas de trabajo, a un operario se le promete pagar S/.100 y un regalo. El operario se retiró luego de 8 horas de trabajo, por lo que recibió S/60 más el regalo, ¿Cuál es el valor del regalo?

A) S/. 30

B) S/. 40

C) S/. 50

D) S/. 20

E) S/. 10

Resolución:Por 12 horas debió recibir: $S/. 100 + R$ Por 8 horas recibió: $S/. 60 + R$ Por 4 horas $(12 - 8)$, debió recibir:

$$(S/. 100 + R) - (S/. 60 + R)$$

O sea: $S/ 40$

$$\therefore \text{ en 8 horas } S/. 40(2) = S/. 80$$

$$\longrightarrow S/. 60 + R = S/. 80$$

$$R = S/. 20$$

Rpta.: D**PROBLEMA 25:**

Sean las cantidades positivas A, B y C. El producto de A y B es igual a $1/4$ C. Si A aumenta en un 60% y B disminuye en un 25%, ¿en qué porcentaje debe aumentar C para que se mantenga la igualdad?

A) En un 25%

B) En un 20%

C) En un 30%

D) En un 15%

E) En un 22%

Resolución:

$$A \cdot B = 1/4 C \quad \dots\dots\dots \text{dato}$$

$$\text{Por dato } A_1 = 160\%A, B_1 = 75\%B \wedge C_1 = (100 + x)\%C$$

$$\text{Luego: } 160\%A \cdot 75\%b = 1/4 \cdot (100 + x)\%C$$

Simplificando nos queda:

$$\frac{160}{100} \cdot 75\%(100 + x)\%$$

$$x = 20$$

Rpta.: B

PROBLEMA 26: La estatura promedio de todos los estudiantes en un salón del tercer grado es de 1 metro. Si la estatura promedio de los varones, que son en total 10, es de 1,15m y la estatura promedio de todas las mujeres es 0,90m, halle el número de estudiantes en el salón.

- A) 15 B) 25 C) 28
D) 22 E) 14

Resolución:

Considerando los datos:

	Nº Alumnos	Estatura
Varones:	10	115 cm
Mujeres:	x	90 cm
Total:	x+10	

Utilizando el promedio ponderado:

$$\overline{MA} = \frac{10(115) + x(90)}{x + 10} = 100$$

$$\therefore x = 15$$

Piden el total de alumnos: $x + 10$

Reemplazando:

$$15 + 10 + 25$$

Rpta.: B

PROBLEMA 27: A pedido de un supermercado, un banco envía 360 monedas de 10 céntimos, 648 monedas de 20 céntimos y 432 monedas de 50 céntimos. Dichas monedas se agruparon en varias bolsas, de modo tal que cada bolsa tenía el mismo número de monedas y de igual denominación.

¿Cuál es el mayor número de monedas que se colocaron en cada bolsa?

A) 108

B) 36

C) 18

D) 24

E) 72

Resolución:

Las bolsas deben contener una cantidad de monedas (n) que estén contenidas en cada grupo de monedas que envía el banco, es decir:

$$\left. \begin{array}{l} 360 = n \\ 648 = n \\ 432 = n \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{como "n" debe ser máximo} \\ n_{\text{maximo}} = \text{MCD}(360, 648, 432) \\ n_{\text{maximo}} = 72 \end{array}$$

∴ El mayor número de monedas es 72

Rpta.: E

PROBLEMA 28: Para realizar un viaje al extranjero, una agencia de turismo ofrece:

- Pasajes de ida y vuelta a S/. 4250 por persona.

- Alojamiento individual a S/. 85 al día.

- Alimentación a S/. 115 por persona y por día.

¿Cuál es el presupuesto necesario para 4 personas durante 5 días con el 10% de descuento en el rubro de pasajes?

A) S/. 16100

B) S/. 18300

C) S/. 19300

D) S/. 27000

E) S/. 18800

Resolución:

Para calcular el presupuesto ordenaremos los datos en el siguiente cuadro:

	Costo por persona	Nº de personas	Nº de días	Costo
Pasajes ida y vuelta	$90\% \cdot s/. 4250$ $= s/. 3825$	4	—	s/. 15300
alojamiento	s/. 85	4	5	s/. 1700
alimentación	s/. 115	4	5	s/. 2300
				Total= s/. 19300

∴ El presupuesto es de s/. 19300

Rpta.: C

PROBLEMA 29:

Se tiene un número de 3 cifras, múltiplo de 30, que tiene un total de 24 divisores. Al multiplicarlo por 10 se forma un nuevo número cuya cantidad de divisores es $\frac{15}{8}$ de la cantidad de divisores del número original. Calcule la suma de las cifras del menor número que cumple las condiciones indicadas.

A) 8

B) 9

C) 10

D) 11

E) 12

Resolución:

$$\text{Como: } \overline{abc} = 30 \Rightarrow \overline{abc} = 2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) = 24$$

$$\text{Del dato: } 10 \cdot \overline{abc} = 2^{\alpha+1} \cdot 3^\beta \cdot 5^{\gamma+1}$$

$$(\alpha + 2)(\beta + 1)(\gamma + 2) = \frac{15}{8}(24) = 45$$

$$\text{Como: } 24 = 2 \times 3 \times 4$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

Entonces los exponentes son: $\{1; \beta = 2; 3\}$

Posibles números:

$$\therefore \overline{abc} = 2^1 \times 3^2 \times 5^3 = 2250$$

$$\overline{abc} = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360 \text{ (menor)}$$

$$\text{Suma de cifras} = 3 + 6 + 0 = 9$$

Rpta.: B

- | | |
|----|--|
| 1 | Razones y Proporciones - Promedios |
| 2 | Tanto por ciento - Mezclas |
| 3 | Magnitudes Proporcionales |
| 4 | Regla de Interés - Regla de Descuento |
| 5 | Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos |
| 6 | Relaciones Binarias - Teoría de Numeración |
| 7 | Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series |
| 8 | Teoría de la Divisibilidad |
| 9 | Estudio de los divisores $\mathbb{Z}^+$ |
| 10 | Máximo Común Divisor - Mínimo Común Múltiplo |
| 11 | Potenciación y Radicación |
| 12 | Números Racionales |
| 13 | Estadística Descriptiva |
| 14 | Análisis Combinatorio |
| 15 | Teoría de Probabilidades |

Tel.: 424 - 6350

Cel.: 992 - 796104

 / **editorialrodo1**



editorialrodo@gmail.com

TEMARIO ARITMÉTICA

Aritmética (15 folletos)

Álgebra (15 folletos)

Geometría (14 folletos)

Trigonometría (17 folletos)

Raz. Matemático (18 folletos)

Física (16 folletos)

Química (16 folletos)



- ✓ 140 páginas
- ✓ Marco teórico completo.
- ✓ 100 problemas resueltos
- ✓ 100 problemas propuestos con claves.
Básico - Intermedio - Avanzado
- ✓ Exámenes de admisión resueltos .

* Datos Referenciales

Nº

TEMAS